Stern	Δα cos δ			Δδ		
	Beob.	Rechn.	B—R	Beob.	Rechn.	B—R
β	+0".070	+0".072	−0".002	+0".046	+0".030	+0".016
γ	+0.086	+0.089	−0.003	+0.008	+0.010	−0.002
δ	+0.106	+0.096	+0.010	+0.004	+0.007	−0.003
ε	+0.095	+0.105	−0.010	−0.021	−0.010	−0.010
ζ	+0.114	+0.109	+0.005	−0.022	−0.022	0.000

Dass ein so befriedigender Anschluss der Rechnung an die Beobachtung überhaupt möglich ist, zeigt, von welcher Zuverlässigkeit diese E. B. bereits in Bezug auf die Einheit der zweiten Decimale sind. Auffallend und unvereinbar mit den übrigen Daten bleibt nur der grosse Unterschied 0".016 in $\Delta\delta$ bei β, während $\Delta\alpha$ mit der Rechnung vorzüglich stimmt. In wie weit hier eine Correctur des $\Delta\delta$ möglich wäre, vermag ich nicht zu entscheiden. Ich bemerke nur noch, dass im Fundamentalcatalog die Eigenbewegung in Declination zu 0".041 angegeben ist und mit diesem Werth B—R von +0".016 auf 0".011 herabgehen würde.

Es erübrigt nun nur noch, die relative Geschwindigkeit Σ aus den drei Gleichungen $\varrho_i = \cos S_i \cdot \Sigma$ zu berechnen, um die Parallaxe zu erhalten. Es findet sich $\Sigma = 9.642$ Erdbahnradien per Jahr.

Die Uebereinstimmung der Beobachtungen mit der Cosinus-Formel ist bei den Geschwindigkeiten im Visionsradius weniger gut als bei den lateralen Eigenbewegungen; indessen bleiben auch hier die Abweichungen noch vollkommen innerhalb der wahrscheinlichen Beobachtungsfehler. Ich habe, um die Vergleichung mit den Beobachtungen möglich zu machen, die aus $\Sigma = 9.642$ folgenden Geschwindigkeiten der einzelnen Sterne im Visionsradius wieder in Meilen per Secunde umgerechnet und fand damit diese Tabelle:

Stern	Beob.	Rechn.	B—R	Vogel	Scheiner	V—S
β	−4.00	−4.28	+0.28	−4.08	−3.82	−0.26
γ	−3.61	−3.94	+0.33	−4.04	−3.13	−0.91
ε	−4.10	−3.35	−0.75	−4.63	−3.52	−1.11

Der Tabelle hinzugefügt ist noch eine Vergleichung zwischen den Beobachtungen, wie sie von den Herren Vogel und Scheiner einzeln erhalten wurden. Die Differenzen V—S zwischen diesen beiden Reihen sind, wenn man von der constanten Differenz absieht, genau von der gleichen Ordnung wie die B—R.

Aus den erhaltenen Werthen für Σ und $\Sigma\pi$ ergiebt sich nun endlich:

$$\pi = 0''.0165 \pm 0''.0011.$$

Diese Parallaxe ist also wesentlich kleiner, als nach der mittleren Parallaxe für Sterne zweiter bis dritter Grösse zu erwarten wäre. Es scheint demnach, dass die Sterne dieses Systems in Bezug auf Masse und Lichtemission eine Ausnahmestellung einnehmen. Gleichzeitig ergiebt sich die räumliche Ausdehnung desselben noch grösser, als sie früher schon geschätzt wurde. Die gefundene Parallaxe entspricht einer Entfernung von 12.5 Millionen Erdbahnradien oder rund 200 Lichtjahre. Die Distanz von β bis ζ ist demnach mindestens gleich 4 Millionen Erdbahnradien, d. h. die 14fache Entfernung des Sterns α Centauri von der Sonne. Dass hierbei, selbst wenn man sehr grosse Massen annimmt, von einer merklichen Attractionswirkung nicht mehr die Rede sein kann, ist einleuchtend.

Vergleicht man die Helligkeit von ε Ursae maj. mit der des Sirius unter Berücksichtigung der hier gefundenen Entfernung, so ergiebt sich die ausgesandte Lichtmenge als das 40fache des Siriuslichtes. Es steht dieses Verhältniss ziemlich gut im Einklang mit einer Berechnung der Masse von ζ Ursae aus den Linienverschiebungen — also unabhängig von der Parallaxe. Pickering fand als Minimalwerth für die Masse das 40fache der Sonnenmasse, ein Werth, der bei einer anderen Annahme für die Neigung sich noch beträchtlich vergrössern würde.

Zürich 1897 Oct. 11. *Friedrich Höffler.*

Untersuchungen über den Lichtwechsel von β Lyrae.

Von *Ant. Pannekoek.*

Unter diesem Titel habe ich in den »Verhandelingen der Koninklyke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam« (Bd. 5 Nr. 7) einen Aufsatz veröffentlicht, dessen Hauptresultate hier den Lesern der Astronomischen Nachrichten vorgeführt werden sollen. Der Zweck der Untersuchung war in erster Linie die grossen Abweichungen der Beobachtungsresultate der neueren Zeit von der Argelander'schen Formel durch Verbesserung dieser Formel fortzuschaffen; daneben aber auch die Aenderung der Lichtcurve, die Lindemann aus den Plassmann'schen Beobachtungen gefunden hatte,*)

*) Mélanges mathématiques et astronomiques, Tome VII pag. 477.

an anderen gleichzeitigen und früheren Beobachtungsreihen zu prüfen.

Dazu wurden für die verschiedenen Beobachtungsreihen Correctionen der nach der Argelander'schen Formel berechneten Zeiten des Minimums abgeleitet. Für die früheren Beobachter Goodricke, Schwerd, Westphal und Argelander konnte ich diese sofort der »Commentatio altera« Argelander's entnehmen; auch die von Oudemans, Schönfeld, Yendell und Reed publicirten Resultate konnten unverändert beibehalten werden. Die von Jul. F. J. Schmidt in verschiedenen Bänden der Astr. Nachr. publicirten Minima und Maxima sind mit den Argelander'schen Tafeln verglichen worden, und die in einem Anhang zu der erwähnten Abhandlung zusammengestellten Ergebnisse dieser Vergleichung zu fünf Normalcorrectionen zusammengezogen. Auch aus den Beobachtungen von Schwab, Sawyer, Schur, Plassmann, Glasenapp und Menze wurden durch Neuberechnung Correctionen abgeleitet, die in der folgenden Tafel zusammengestellt sind. Für ihre Ableitung muss ich auf die Abhandlung selbst hinweisen. Die Epochen sind die Anzahl der Perioden, die seit dem Minimum 1855 Jan. 6 verflossen sind. Die Correctionen und ihre mittleren Fehler sind alle in Tagen ausgedrückt.

Epoche	Correction	m. Fehler	Gew.	Beobachter	Jahr	Rechnung
−1988	-0^d003	$\pm 0^d086$	1	Goodricke	1784	-0^d0085
1040	+0.045	0.095	1	Westphal	1818	+0.0409
785	−0.021	0.044	3	Schwerd	1827	+0.0098
349	+0.005	0.021	5	Argelander	1842	−0.0255
143	+0.012	0.020	5	Argelander	1849	−0.0176
− 142	−0.004	0.072	1	Schmidt	1849	−0.0176
+ 10	+0.043	0.040	3	Oudemans	1855	+0.0026
46	+0.004	0.025	4	Schönfeld	1856	+0.0096
62	+0.004	0.032	4	Argelander	1857	+0.0130
188	−0.016	0.020	5	Schmidt	1861	+0.0466
291	+0.037	0.018	5	Schönfeld	1865	+0.0837
362	+0.160	0.035	4	Schmidt	1868	+0.1194
450	+0.121	0.022	5	Schönfeld	1870	+0.1596
556	+0.263	0.018	5	Schmidt	1874	+0.2254
653	+0.256	0.039	2	Schwab	1878	+0.2945
724	+0.295	0.046	3	Schur	1880	+0.3525
725	+0.411	0.033	4	Sawyer	1880	+0.3535
739	+0.420	0.023	5	Schmidt	1881	+0.3658
923	+0.460	0.084	1	Reed	1887	+0.5496
1008	+0.512	0.041	3	Yendell	1890	+0.6500
1015	+0.715	0.042	4	Plassmann	1090	+0.6585
1103	+0.838	0.028	4	Glasenapp	1894	+0.7743
1105	+0.808	0.025	4	Pannekoek	1894	+0.7770
+1149	+0.718	±0.061	2	Menze	1895	+0.8394

Aus diesen Zahlen wurde nach der Methode der kleinsten Quadrate die folgende Correction der Argelander'schen Formel gefunden:

$$+ 0.001 + 0.000175\,E + 0.000000337\,E^2 + 0.000000000126\,E^3$$

Führt man zugleich M. Z. Greenwich ein, so wird die verbesserte Formel für die Zeit der Hauptminima:

$$1855 \text{ Jan. } 6.604 \text{ M. Z. Greenw.} + 12.908009\,E + 0.000003855\,E^2 - 0.000000000047\,E^3$$

wo die mittleren Fehler der Coefficienten resp. 17, 42, 27 und 24 ihrer letzten Decimalstellen sind.

Zur leichteren Berechnung der Minimumzeiten ist eine Tafel beigefügt worden, die jedes zwanzigste Minimum von $E = -500$ (1837) bis $E = +1500$ (1908) enthält.*)

Die Realität der Aenderung der Lichtcurvengestalt war weit schwieriger zu entscheiden. In der folgenden Tafel sind die Ergebnisse zusammengestellt, welche die verschiedenen Beobachter für die Zwischenzeit zwischen den Maxima und dem secundären Minimum einerseits und dem Hauptminimum andrerseits erhalten haben.

Beobachter		Erst. Max.	Sec. Min.	Zweit. Max.	Gew.
Goodricke	1784	3.58	6.38	9.58	–
Argelander	1842	3.07	6.47	9.45	5
»	1849	3.12	6.36	9.39	5
»	1857	3.08	6.38	9.75	4
Schönfeld	1856	—	6.508 ±0.054	—	4
»	1865	3.14	6.38	9.50 Curve	5
		—	6.45 ±0.060	Einzelminima	–
Oudemans	1855	3.16	6.37	9.75	3
Schmidt	1849	(3.32)	6.25 ±0.49	(9.47)	1
»	1861	(3.34)	6.342 ±0.074	(9.49)	5

*) Ich benutze diese Gelegenheit auf einen Fehler hinzuweisen, der in der Tafel stehen geblieben ist. Epoche 1180, statt: 1896 Sept. 25 lies: 1896 Sept. 24.

Beobachter		Erst. Max.	Sec. Min.	Zweit. Max.	Gew.
Schmidt	1867	—	6.468 ± 0.069	—	4
»	1874	—	6.560 ± 0.042	—	5
»	1881	—	6.515 ± 0.045	—	5
Sawyer	1881	3.22	6.53	9.55	4
Schur	1881	3.35	6.60	9.60	3
Schwab	1878	—	6.15 ± 0.15	—	2
Plassmann	1891	3.30	6.42	9.65	4
Pannekoek	1894	3.40	6.435 ± 0.085	9.70	4
Glasenapp	1894	3.10	6.45	10.00	4
Menze	1895	3.55	6.65	10.05	2

Theilt man den Zeitraum in zwei Theile, vor und nach 1870, so erhält man im Mittel:

	Erst. Max.	Sec. Min.	Zweit. Max.
1842 – 1870	3.12	6.40	9.54
1870 – 1895	3.32	6.48	9.73

Hier ist eine Zunahme der Zwischenzeit zu bemerken, wie Lindemann sie auch fand; jedoch ist sie bedeutend nur bei den Maxima, die nur sehr ungenau bestimmt werden können, während die für das secundäre Minimum gefundene Aenderung von 0.08 Tagen viel kleiner ist als die von Lindemann gefundene Aenderung von 0.28 Tagen. Zum grössten Theil rührt diese Differenz von der Art der Curvenziehung her; Lindemann zeichnet die Curve in der Nähe des Hauptminimums asymmetrisch, bei der Abnahme schneller als bei der Zunahme, während ich in den Beobachtungen keine Veranlassung finden konnte, die Curve anders als symmetrisch zu zeichnen. Dadurch fällt in meiner Zeichnung das Hauptminimum später, und die bis zu den anderen Wendepunkten verflossenen Zwischenzeiten werden demnach kürzer. Während Lindemann aus den Plassmann'schen Beobachtungen fand, dass das secundäre Minimum und die Maxima um 3.50, 6.66 und 9.70 Tage später fallen als das Hauptminimum, fand ich aus denselben Beobachtungen 3.30, 6.42 und 9.65 Tage.

Das richtige Zeichnen einer regelmässigen Curve wird auch noch dadurch erschwert, dass die Beobachtungen auf Unregelmässigkeiten in der Lichtcurve hinweisen. Lindemann hat diese schon erwähnt, und auf einer meinem Aufsatze beigefügten Zeichnung, auf der die Beobachtungen von Plassmann, Glasenapp, Menze und die meinigen zu einer mittleren Lichtcurve der Jetztzeit vereinigt sind, sind diese deutlich zu erkennen. Am unzweideutigsten ist eine Welle in der Lichtcurve, wo der Stern nach dem ersten Maximum zuerst abnimmt, dann einen halben Tag entweder zunimmt oder viel weniger abnimmt, und darauf wieder schneller abnimmt bis zum secundären Minimum. Auch in der Nähe des Hauptminimums scheint der Stern zuerst ungefähr bis zur Phase 0.0 (der tiefsten Stelle in der regelmässigen Curve) abzunehmen, darauf einen halben Tag constant zu bleiben oder etwas abzunehmen, und dann erst schnell zu steigen bis zu dem ersten Maximum. Diese letzte Unregelmässigkeit macht die Feststellung der richtigen Minimumzeit in einer regelmässigen Curve sehr schwierig, und persönliche Differenzen beim Zeichnen können leicht vorkommen. Ich halte es für sehr wahrscheinlich, dass eine solche Differenz zwischen der Argelander'schen Zeichnung in der Commentatio altera und der meinigen die Differenz von 0.08 Tagen in der Zwischenzeit von Haupt- und Nebenminimum ganz erklären kann, und dadurch wird die Aenderung der Lichtcurve für diese Phasen wenigstens sehr unwahrscheinlich. Nur bei den Maxima bleibt eine Verschiebung, die vielleicht nicht ganz durch Fehler der Beobachtungen und des Zeichnens erklärt werden kann. Nach der mittleren Curve der Jetztzeit kommen die Maxima und das secundäre Minimum 3.3, 6.48 und 9.8 Tage nach dem Hauptminimum.

Leiden, 1897 Aug. 11. *Ant. Pannekoek.*

On a fundamental optical imperfection of the parabolic reflecting telescope.

By *J. M. Schaeberle.*

I have recently discovered a most remarkable defect in the images formed by a parabolic reflector which makes it geometrically (and hence physically) impossible for the different concentric surface zones of a theoretically perfect paraboloid of revolution to form, by reflection, equal images of any celestial area subtending a measurable angle.

This defect results from the fact that the focal point is not the centre of curvature of the reflecting surface.

Let R denote the radius of any narrow ring of the parabolic reflecting surface which is concentric with the optical axis.

Let ϱ denote the distance from the focal point to any point in the circumference of this ring.

Let $2v$ denote the angle, at the focal point, subtended by a diameter of this ring.

Let F denote the focal distance, viz: the distance from the focus to the mirror's surface, measured on the optical axis.

Then
$$\sin v = \frac{R}{\varrho} \tag{1}$$

The polar equation of the parabola gives
$$\varrho = \frac{F}{\cos^2 {}^1/_2\, v} \tag{2}$$

Hence
$$\frac{F}{R} = \frac{\cos^2 {}^1/_2\, v}{\sin v} \tag{3}$$

from which v can be found for any given values of F and R.

Now let θ denote the small angular distance of any point (in a celestial object) from the optical axis, then the linear distance of the image of this point — as formed by any concentric ring area of the mirror's surface — from the focal point will vary from a minimum value r corresponding to reflections from the central area of the mirror, to a maximum value a for the image formed by reflection from the most distinct ring area of the mirror's surface.