2. Juli. $16^h 55^m - 17^h 40^m$.
$\varphi = 51° 31' 46''.4$
$\Delta = 2''.9$.

Sterne	$\delta - \varphi$	G—AG
5154*	+184′	+1″.4
5185	+ 60	−3.3
β Draconis	+ 51	−0.3
5169	− 34	+2.1
11027	−100	+0.9
5317	−102	+4.5
10937	−156	−4.7
11310	−173	+2.6
x Herculis	−191	+0.7
11121	−195	−3.5

4. Juli. $18^h 23^m - 19^h 0^m$.
$\varphi = 51° 31' 46''.6$
$\Delta = 5''.7$.

Sterne	$\delta - \varphi$	G—AG
5720	+196′	−1″.1
5711	+134	+1.4
5727	+ 81	+1.8
5756	+ 79	−0.3
5663	+ 45	−2.8
5830	+ 35	+1.6
5685	+ 34	−0.1
12332	−153	−0.4
12437	−168	−1.5
12343	−172	+1.5

11. Juli. $17^h 40^m - 18^h 33^m$.
$\varphi = 51° 31' 46''.5$
$\Delta = 0''.9$.

Sterne	$\delta - \varphi$	G—AG
5486	+165′	+1″.8
5369	+162	−0.4
5335	+139	−1.7
5597	+103	+0.9
γ Draconis	− 2	−1.7
5366	− 44	−1.9
11728	−110	+2.6
11661	−184	0.0
11478	−187	−0.2

* Die beiden Sterne 5154 und 5155 (Abstand 3″.5) erscheinen nicht getrennt. Es wurde das Mittel ihrer Deklinationen genommen.

Der mittlere Fehler der einzelnen Deklination eines Sterns ergibt sich aus den Differenzen G—AG zu $\pm 2''.2$. In diesem Betrage sind einesteils die zufälligen Fehler der AG-Positionen, andrerseits Reste von Eigenbewegungen enthalten, die bei dem dreißigjährigen Zwischenraum wohl merklich sein können.

Ich stelle die resultierenden Werte der Polhöhe zusammen.

1903	Juni	28	51° 31′ 49″.5
		30	46.3
		30	46.8
	Juli	1	48.6
		1	47.3
		2	46.4
		4	46.6
		11	46.5
		Mittel	51 31 47.25 ±0″.4

Der mittlere Fehler des einzelnen Polhöhenwertes folgt aus den Abweichungen von diesem Mittel zu $\pm 1''.2$, während er sich aus dem oben gefundenen Fehler der einzelnen Deklination zu $\pm 0''.8$ berechnet, da die Polhöhe durchschnittlich auf 8 Sternen beruht. Der Wert der Polhöhe der Göttinger Sternwarte, welchen Herr Dr. Großmann in den Jahren 1890–93 aus Polarisbeobachtungen am Reichenbachschen Meridiankreis ableitete (A. N. 3272), beträgt, auf den Aufstellungsort der Kamera übertragen, 51° 31′ 48″.2.

Die vorstehenden Resultate scheinen mir ermutigend zu sein, wenn man berücksichtigt, mit wie geringen Mitteln die ganze Einrichtung hergestellt war und wie bedenklich besonders die Verwendung von Holz bei einer Aufstellung ist, die als unveränderlich gelten soll. Man würde übrigens das Verfahren noch prinzipiell verbessern können, indem man in der Brennebene des Kollimators ein ganzes Gitter einsetzte, welches man dann beim Signalisieren des Zenits in beiden Lagen auf die photographische Platte übertrüge. Man würde dadurch nicht nur den Zenit mehrfach bestimmen, sondern auch die Schichtverzerrungen zum großen Teil unschädlich machen. Zunächst will ich übrigens die Versuche in der Richtung fortsetzen, daß ich die um 180° umlegbare Zenitkamera, welche Herr Schnauder durch Libellen horizontiert, während sie Herr Runge in einem Wassertroge schwimmen läßt, an einer derartigen Hängevorrichtung befestige und Nachteile und Vorteile gegenüber der obigen Methode prüfe.

Alle diese Verfahren haben das Reizvolle, daß sie sich, wenn sie nur erst die für Beobachtungen der Polhöhenschwankungen nötige Genauigkeit liefern, leicht völlig automatisch würden gestalten lassen.

Göttingen, 1903 Aug. 14. *K. Schwarzschild.*

Über die Erscheinungen, welche bei einer Sternbedeckung durch einen Planeten auftreten.

Von Dr. *Ant. Pannekoek.*

Wenn ein Stern von einem mit einer Atmosphäre versehenen Planeten verdeckt wird, werden die vom Stern kommenden Lichtstrahlen durch die Atmosphäre abgelenkt, und der Stern wird noch sichtbar bleiben, wenn er schon hinter dem Planeten steht. Zugleich werden aber die zuvor parallelen Lichtstrahlen divergent gemacht, wodurch die Helligkeit verringert wird. Bei einer solchen Sternbedeckung wird man also den Stern regelmäßig an Helligkeit abnehmen sehen, während er an derselben Stelle des Planetenrandes haften bleibt, oder richtiger, wenn die Bedeckung nicht zentral ist, eine kleine Strecke dem Rande entlang fortrückt, denn das abgeschwächte Bild muß immer auf dem durch den Stern gehenden Planetenradius bleiben. Der Stern wird meistens durch diese, durch eine Art Dispersion entstehende Abschwächung zuletzt unsichtbar werden, lange bevor irgend ein merklicher Effekt einer atmosphärischen Absorption hervortreten kann.

Die Ablenkung, die ein durch die Planetenatmosphäre streifender Lichtstrahl erleidet, ist das doppelte der Horizontalrefraktion an der Stelle, wo er horizontal läuft. Nach bekannten Formeln ist diese doppelte Horizontalrefraktion gleich

$$2\int_0^1 \frac{\alpha}{1-\alpha} \frac{(1-s)\,d\varrho:\varrho_0}{\sqrt{2s-2\alpha(1-\varrho:\varrho_0)}}\,,$$

kann aber, weil hier nur Ablenkungen von wenigen Sekunden in den äußersten, dünnsten Schichten der Atmosphäre in Betracht kommen, dem konstanten Werte $\frac{\alpha}{1-\alpha}$ gleich gesetzt werden, der der Dichte ϱ an jener Stelle proportional ist.

Betrachtet man jetzt zwei Lichtstrahlen in derselben Meridianebene (Ebene durch den Stern und den Planetenmittelpunkt), die außerhalb der Atmosphäre parallel laufen und innerhalb der Atmosphäre an ihren tiefsten Stellen um dh in Höhe verschieden sind. Nach dem Austritte aus der Atmosphäre sind sie nicht mehr parallel, sondern um einen Winkel gleich dem Unterschiede ihrer Ablenkungen gegen einander geneigt.

Die Änderung der Dichte der Atmosphäre mit der Höhe, von der die Erscheinungen bedingt werden, ist für die äußersten Schichten der Atmosphäre nur unsicher bekannt. Wenn es gestattet ist, die Temperatur dort konstant anzunehmen, weil die Konvektionsströmungen dort fehlen, so wird die Beziehung

$$\varrho = \varrho_0\, e^{-h:l}$$

wo $l = \frac{p_0}{g_0\,\varrho_0}$ die Höhe einer Luftsäule von der Dichte ϱ_0 vorstellt, welche bei einer Beschleunigung der Schwere g_0 den Druck p_0 im Gleichgewicht hält; an der Erdoberfläche ist $l = 8$ km oder $^1/_{800}$ des Erdhalbmessers. Falls die Temperatur nicht konstant ist, wird man doch einen ähnlichen Ausdruck benutzen können, wo nur l dann eine andere Bedeutung bekommt. Die Ablenkung eines Lichtstrahls, der in der Höhe h horizontal läuft, ist also

$$\eta = \text{const.}\, e^{-h:l}$$

und die Neigung der beiden oben erwähnten Lichtstrahlen, nach dem Austritte aus der Atmosphäre, ist gleich

$$d\eta = \frac{\eta}{l}\, dh\,.$$

Ein von diesen beiden Strahlen begrenztes Lichtbüschel wird nach dem Austritte immer breiter, und in einer Entfernung R ist die Breite nahezu $dh + R\,d\eta$. Die Breite vor dem Eintritt ist etwas weniger als dh, davon aber so wenig verschieden, daß sie unbedenklich dh gleich gesetzt werden darf. Das Verhältnis der Breite in der Entfernung R zu der ursprünglichen ist also

$$1 + \frac{R}{l}\,\eta\,.$$

oder, wenn δ der scheinbare Halbmesser des Planeten in Bogenmaß und a der wirkliche Halbmesser ist, gleich

$$1 + \frac{a}{l}\,\frac{\eta}{\delta}\,.$$

In diesem Verhältnis wird das vom Stern kommende Lichtbüschel verbreitert in radialer, senkrecht zum Planetenrande stehender Richtung. In der tangentialen Richtung aber wird er verengt, weil jeder Lichtstrahl nach der Ablenkung in seiner Meridianebene bleibt, und alle Lichtstrahlen also hinter dem Planeten, auf der verlängerten Verbindungslinie von Stern und Planetenmittelpunkt einander begegnen. Das Verhältnis der Breite des Büschels in tangentialer Richtung in der Entfernung R zu der ursprünglichen ist

$$\frac{a - R\eta}{a} = 1 - \frac{\eta}{\delta}\,.$$

Das Lichtbüschel wird also in einer Richtung verbreitert, in der anderen verschmälert, und sein Durchschnitt in der Entfernung R hat zu dem ursprünglichen das Verhältnis

$$\left(1 + \frac{a}{l}\,\frac{\eta}{\delta}\right)\left(1 - \frac{\eta}{\delta}\right).$$

Dies ist also auch das Verhältnis, in dem die Helligkeit des Sterns abgeschwächt wird. Das l für andere Planeten ist von dem irdischen $^1/_{800}\,a$ nur dadurch verschieden, daß es der absoluten Temperatur direkt und der Beschleunigung der Schwere umgekehrt proportional ist. Nennt man die absolute Temperatur τ, die Beschleunigung der Schwere γ, die Werte an der Oberfläche der Erde als Einheit genommen, und drückt man auch a in Erdhalbmessern aus, so wird die Schwächung gleich

$$\left(1 + A\frac{\eta}{\delta}\right)\left(1 - \frac{\eta}{\delta}\right), \qquad \text{wo } A = 800\,a\,\frac{\gamma}{\tau}$$

für jeden Planeten eine besondere Konstante ist. Sie genau anzugeben, hindert die mangelnde Kenntnis der absoluten Temperatur. Um aber eine Rechnung ausführen zu können, die als Beispiel für die zu erwartenden Erscheinungen dienen kann, werden wir $\tau = {}^1/_2$ annehmen (also die Temperatur ungefähr $-130°$ Celsius). In der folgenden Tafel sind die A für einige Planeten zusammengestellt; daneben die Schwächung mittels obiger Formel für eine Totalrefraktion von $0\overset{''}{.}1$ und von $1''$, zuerst als Verhältniszahl, dann in Größenklassen, wozu der in der fünften Spalte gesetzte Wert für den Halbmesser δ benutzt wurde.

Objekt	a	γ	A	δ	Schwächung für $\eta = 0\overset{''}{.}1$	Schwächung für $\eta = 1''$	id. in Größenkl. $\eta = 0\overset{''}{.}1$	id. in Größenkl. $\eta = 1''$	Zeit für $1''$
Merkur	0.37	0.44	260	4"	7.3	50	2.1	4.2	24^s
Venus	1.00	0.80	1280	10	13.7	116	2.8	5.1	24
Mond	0.27	0.17	74	1000	—	1.073	—	0.1	1.8
Mars	0.53	0.38	320	10	4.2	30	1.6	3.7	64
Jupiter	11.06	2.26	40000	25	160	1537	5.5	8.0	112

Wenn man jetzt berücksichtigt, wieviel Zeit diese Himmelskörper dazu brauchen, eine Strecke von 1″ zu durchlaufen (in der letzten Spalte ist dafür ein mittlerer beiläufiger Wert niedergeschrieben), so ergibt sich der Schluß, daß diese regelmäßige Lichtschwächung langsam genug vor sich geht, um leicht beobachtet werden zu können. Nach einer Zeitsekunde findet man mittels der Zahlen der Tafel eine Lichtschwächung bei

	Merkur	Venus	Mars	Jupiter
von	1.4	2.0	0.4	3.0 Größenklassen.

Der Vorgang findet derart statt, daß nach dem Augenblick der ersten Berührung die Helligkeit zuerst plötzlich und ziemlich schnell abzunehmen anfängt, um dann allmählich langsamer abzunehmen.

Der Stern wird dabei an dem Rande des Planeten haften bleiben; in Wirklichkeit nähert sich der scheinbare Ort des Planeten dem Mittelpunkte etwas, weil während der Lichtabnahme der Lichtstrahl durch immer tiefere Schichten der Atmosphäre streift. Man wird das an dem Ort, wo man den Stern sieht, nicht bemerken können; wohl aber wird es eine kleine Änderung in dem Fortgang der Erscheinungen bewirken.

Damit die Ablenkung η, also auch die Dichte, um das α-fache wächst, muß die Höhe des horizontalen Teils des Lichtstrahls um die Strecke $\frac{1}{A}\log\operatorname{nat}\alpha$ geringer sein, der Halbmesser des Planeten als Einheit genommen. Wenn die Ablenkung z. B. von 0″01 bis 1″ zunimmt, kommt der Stern scheinbar dem Planetenrande um $\frac{4.6}{A}\delta$ Bogensekunden näher, jedenfalls ein kaum sichtbarer Betrag. Wenn die Ablenkung den Betrag η erreicht, muß der Planet selbst nicht um die Strecke η'' fortrücken, sondern um die Strecke $\eta'' + \frac{\delta''}{A}\log\operatorname{nat}\eta$. Die Zeit, wo die Lichtschwächung den zu der Ablenkung η gehörenden Wert erreicht, muß wegen dieses Umstandes um $\frac{\delta t}{A}\log\operatorname{nat}\eta$ korrigiert werden, wo t die zum Durchmessen von 1″ nötige, in der letzten Spalte der Tafel enthaltene Zeit ist. Dieser Koeffizient $\frac{\delta t}{A}$ ist für die vier Planeten resp. gleich

1 : 2.7 1 : 5.3 2.0 und 1 : 14.3.

Nimmt man die Korrektion der Zeit 1^s gleich 0, so wird die Korrektion der Zeiten

	0^s01	0^s1	10^s
bei Merkur	-1^s7	-0^s8	$+0^s8$
» Mars	-9.2	-4.6	$+4.6$
» Jupiter	-0.3	-0.2	$+0.2$

Die Wirkung dieses Umstandes kommt darauf hinaus, daß der schnelle Abfall des Lichtes bei dem Anfange der Bedeckung etwas gemildert wird, und das Licht schon langsam abzunehmen anfängt, wenn der Stern den Ort, wo er am raschesten abnimmt, noch nicht erreicht hat.

Wenn es sich um einen Planeten handelt, wo A klein ist, wie Merkur oder Mars, so wird die Schwächung einen gewissen Betrag nicht überschreiten können. Das Maximum wird ungefähr erreicht, wenn $\eta = {}^1/_2\,\delta$, der Stern also halbwegs zwischen dem Mittelpunkt und dem Rande ist; die Schwächung ist dann nahezu ${}^1/_4\,A$, also für Merkur 65, für Mars 80, was auf 4.5 resp. 4.8 Größenklassen hinauskommt. Ein heller Stern, der sich dem Planetenmittelpunkte bis zum halben Halbmesser nähert, wird gar nicht verschwinden; man wird ihn um den Planeten herum, dem Rande entlang laufen sehen, von der Eintritts- bis zur Austrittsstelle, während er zuerst schnell, dann langsamer abnimmt, in der Mitte der Bedeckung um 5 Größenklassen abgeschwächt ist, und dann wieder zuerst langsam, darauf kurz vor dem Austritt rasch zu steigen anfängt.

Bei dem Planeten Jupiter liegen die Sichtbarkeitsverhältnisse ungünstiger, da die Erscheinungen rascher ablaufen. Nehmen wir als konkretes Beispiel die Bedeckung am 19. September 1903, wo $\delta = 25''$ war und die tägliche Bewegung 470″, also die Bewegung in 1 Zeitsekunde 0″00544. Man findet dann im Falle einer zentralen Bedeckung für die Schwächung die Zahlen der folgenden Tafel in Größenklassen:

-1^s1	0.01	$+\ 2^s1$	3.16
-0.52	0.09	$+\ 3.1$	3.58
-0.16	0.68	$+\ 4.2$	3.88
$+0.02$	1.09	$+\ 5.2$	4.12
$+0.16$	1.39	$+\ 10.3$	4.86
$+0.30$	1.63	$+\ 20$	5.61
$+0.42$	1.82	$+\ 50$	6.6
$+1.0$	2.46	$+100$	7.4

Für den Fall einer exzentrischen Bedeckung sollen die Zeiten entsprechend vergrößert werden, weil der Stern sich dem Rande schief nähert. Da es sich am 19. September um einen sehr hellen Stern handelte, werden diese Erscheinungen wohl nicht ganz unbeachtet geblieben sein.

Bei den Planeten Merkur, Venus und Mars wird man solche Sternbedeckungen an dem dunklen Rande beobachten können, und dazu bisweilen, in der Nähe der Stillstände, in äußerst langsamer Nacheinanderfolge der verschiedenen Phasen. Hier bietet sich also Gelegenheit, die Erscheinung durch Messung oder Schätzung der Helligkeiten genau zahlenmäßig zu verfolgen. Dies ist von Wichtigkeit, weil sie einen Aufschluß geben können über die Temperaturverhältnisse in den äußersten Schichten der Planetenatmosphären, oder unmittelbarer über die Weise, wie sich dort die Horizontalrefraktion mit der Höhe ändert. Darum wird eine Vorausberechnung solcher Bedeckungen sehr wichtig sein, und wenn auch Bedeckungen von sehr hellen Sternen äußerst selten sind, wird man mittels der jetzigen großen Fernrohre auch an kleineren Sternen die Phänomene gut verfolgen können.

Leiden, 1903 Okt. 9.

Ant. Pannekoek.

Opposition of (433) Eros in 1905.

(Harvard College Observatory Circular No. 73).

Approximate positions for the planet Eros during its opposition in 1903 were published in A. N. 3744 (Circular No. 61). Mr. F. E. Seagrave has kindly computed the positions given in Table I, for intervals of forty days during the years 1904 and 1905. The elements used are those published in the Berlin Jahrbuch for 1905, page 428. The Julian Day, omitting the three left hand figures 241, the year, omitting the two left hand figures 19, the number of the month, and the day of the month are given in the first and second columns. The approximate right ascension and declination for 1900, and the logarithms of the distance of the Sun and of the Earth are given in the four remaining columns.

Table I. Computed positions.

J. D.	1904	α 1900	δ 1900	log r	log Δ	J. D.	1905	α 1900	δ 1900	log r	log Δ
6481	$04^y\ 1^m\ 1^d$	$21^h\ 8^m.4$	−12° 8′	0.2292	0.3784	6881	$05^y\ 2^m\ 4^d$	$17^h 56^m.3$	−30° 41′	0.1928	0.3136
6521	» 2 10	22 40.5	− 2 41	0.2057	0.3968	6921	» 3 16	19 41.3	−28 20	0.2200	0.2651
6561	» 3 21	0 18.5	+ 8 39	0.1737	0.3923	6961	» 4 25	21 0.7	−23 7	0.2387	0.1809
6601	» 4 30	2 11.8	+19 53	0.1346	0.3727	7001	» 6 4	21 45.5	−17 37	0.2489	0.0559
6641	» 6 9	4 31.3	+27 10	0.0935	0.3480	7041	» 9 14	21 32.0	−14 5	0.2510	9.9158
6681	» 7 19	7 9.9	+25 13	0.0620	0.3288	7081	» 8 23	20 23.8	−12 32	0.2450	9.8984
6721	» 8 28	9 38.4	+13 15	0.0554	0.3220	7121	» 10 2	20 6.4	−10 55	0.2307	0.0216
6761	» 10 7	11 48.2	− 3 11	0.0777	0.3267	7161	» 11 11	20 52.2	− 7 43	0.2078	0.1381
6801	» 11 16	13 51.0	−18 4	0.1165	0.3346	7201	» 12 21	22 9.5	− 1 33	0.1765	0.2125
6841	» 12 26	15 55.2	−27 39	0.1574	0.3338						

From the values given in Table I, an approximate interpolation was made, substantially as described in A. N. 3744. Table II gives in the successive columns for each ten days, the Julian Day, the date, the right ascension and declination for 1900, the logarithms of the distances of the Sun and Earth, and the computed magnitude. The magnitude at distance unity is assumed to be 11.39, and no correction is applied for phase or for variation in light.

Table II. Approximate ephemeris of Eros.

J. D.	1903–04	α 1900	δ 1900	log r	log Δ	Mag.	J. D.	1904–05	α 1900	δ 1900	log r	log Δ	Mag.
6440	$03^y\ 11^m 21^d$	$19^h 37^m$	−19°.0	0.244	0.329	14.25	6690	$04^y\ 7^m 28^d$	$7^h 45^m$	+23°.3	0.057	0.326	13.31
6450	» 12 1	19 59	−17.7	0.241	0.344	14.31	6700	» 8 7	8 24	+20.3	0.054	0.324	13.28
6460	» 12 11	20 21	−16.1	0.238	0.357	14.37	6710	» 8 17	9 1	+16.7	0.053	0.322	13.27
6470	» 12 21	20 43	−14.3	0.234	0.368	14.40	6720	» 8 27	9 36	+12.9	0.055	0.322	13.27
6480	» 12 31	21 6	−12.3	0.230	0.377	14.43	6730	» 9 6	10 10	+ 9.1	0.059	0.322	13.29
6490	04 1 10	21 29	−10.2	0.225	0.384	14.43	6740	» 9 16	10 42	+ 5.2	0.064	0.324	13.33
6500	» 1 20	21 52	− 8.0	0.220	0.390	14.44	6750	» 9 26	11 14	+ 1.2	0.070	0.325	13.37
6510	» 1 30	22 15	− 5.6	0.214	0.394	14.43	6760	» 10 6	11 45	− 2.8	0.077	0.327	13.41
6520	» 2 9	22 38	− 3.0	0.207	0.397	14.41	6770	» 10 16	12 16	− 6.7	0.085	0.329	13.46
6530	» 2 19	23 2	− 0.2	0.200	0.398	14.38	6780	» 10 26	12 47	−10.6	0.094	0.331	13.51
6540	» 2 29	23 26	+ 2.8	0.192	0.397	14.33	6790	» 11 5	13 18	−14.3	0.104	0.334	13.58
6550	» 3 10	23 51	+ 5.9	0.184	0.395	14.29	6800	» 11 15	13 48	−17.8	0.115	0.335	13.64
6560	» 3 20	0 16	+ 8.9	0.175	0.392	14.23	6810	» 11 25	14 19	−20.9	0.125	0.336	13.69
6570	» 3 30	0 42	+11.9	0.166	0.388	14.16	6820	» 12 5	14 50	−23.5	0.136	0.336	13.75
6580	» 4 9	1 9	+14.8	0.156	0.384	14.09	6830	» 12 15	15 21	−25.7	0.146	0.335	13.79
6590	» 4 19	1 38	+17.5	0.146	0.379	14.01	6840	» 12 25	15 52	−27.4	0.156	0.334	13.84
6600	» 4 29	2 8	+20.1	0.136	0.374	13.94	6850	05 1 4	16 22	−28.7	0.166	0.330	13.87
6610	» 5 9	2 40	+22.5	0.125	0.368	13.85	6860	» 1 14	16 51	−29.7	0.175	0.326	13.89
6620	» 5 19	3 14	+24.5	0.115	0.362	13.77	6870	» 1 24	17 20	−30.4	0.184	0.321	13.91
6630	» 5 29	3 50	+26.0	0.105	0.356	13.69	6880	» 2 3	17 49	−30.7	0.192	0.315	13.93
6640	» 6 8	4 27	+27.1	0.095	0.349	13.61	6890	» 2 13	18 18	−30.6	0.200	0.307	13.93
6650	» 6 18	5 5	+27.7	0.086	0.343	13.53	6900	» 2 23	18 46	−30.1	0.207	0.296	13.91
6660	» 6 28	5 44	+27.6	0.077	0.338	13.47	6910	» 3 5	19 13	−29.3	0.213	0.283	13.87
6670	» 7 8	6 24	+26.9	0.069	0.333	13.40	6920	» 3 15	19 39	−28.4	0.219	0.267	13.82
6680	» 7 18	7 5	+25.5	0.062	0.329	13.35	6930	» 3 25	20 3	−27.3	0.225	0.249	13.76