8. TIJDREKENING.

§ 27. Tijdrekening en kalender berusten op tijdperken, waarin de verschijnselen van de zon en van de maan afwisselen. De natuurlijke groote tijdseenheid, waarin weer en plantengroei afwisselen, is het j a a r, de periode, waarin de zon telkens tot het lentepunt terugkeert. Daarnaast is bij vele volken de m a a n d in gebruik, als periode, waarin de maan telkens tot dezelfde schijngestalte (bv. Nieuwe Maan) terugkeert.

Waar een m a a n k a l e n d e r gebruikt wordt, begint elke maand op den avond, dat de nieuwe maansikkel voor het eerst zichtbaar wordt. Daar de maanperiode gemiddeld 29,5306 dagen bedraagt, zijn deze maanden beurtelings 29 en 30 dagen lang; om de 33 maanden moet dan nog een dag toegevoegd worden. Twaalf van deze maanden zijn samen 354,37 dagen, dus nagenoeg 11 dagen korter dan een jaar. Twaalf maanden worden dus tot een m a a n j a a r samengevat. De Mohammedaansche kalender rekent met zulke maanjaren. Elk volgend jaar begint 11 dagen vroeger dan het vorige, en in 33 jaren loopt elke maand achtereenvolgens door alle jaargetijden heen. Bij de meeste volken echter, die maanmaanden gebruiken, worden deze aangepast aan het zonnejaar, door telkens, als men een maand achtergeraakt is, een 13de maand in te schakelen. Zoo deden de Babyloniërs en Grieken in de oudheid en zoo is nu nog de Israëlietische kalender ingericht. Daar 19 jaren haast precies gelijk zijn aan $19 \times 12 + 7 = 235$ maanperioden, wordt meestal een kringloop van 19 jaren gebruikt, waarin 7 keer een 13de maand ingeschakeld wordt.

Door Julius Caesar is een tijdrekening ingevoerd, die alleen maar rekening houdt met de zon en niet met de maan. Hij nam aan, dat een jaar precies $365^1/_4$ dag is; daarom moesten telkens 3 gewone jaren van 365 en 1 schrikkeljaar van 366 dagen met elkaar afwisselen. De 12 maanden bleven bestaan, maar met lengten van 30, 31 en 28 dagen; zij hadden dus geen verband meer met de schijngestalten van de maan (J u l i a a n s c h e t ij d r e k e n i n g).

Nu keert de zon niet na $365^1/_4$ dag, maar in iets korter tijd in 365 d. 5 u. 48 m. 46 s. tot het lentepunt terug. Ten opzichte van den Juliaanschen kalender komen dus de oogenblikken van nachtevening (en evenzoo de oogenblikken van hoogste en laagste zonsdeklinatie) steeds vroeger. Elke vier jaar komen ze 4×11 m. 14 s. $= 44$ m. 46 s. vroeger; dit loopt in 128 jaar tot 1 dag op. In de 16de eeuw was het verschil zoover opgeloopen, dat de lentedag op 11 Maart viel. Door Paus Gregorius XIII werd toen in 1582 d e G r e g o r i a a n s c h e t ij d r e k e n i n g ingevoerd; eerst werden 10 dagen overgeslagen, en vervolgens bepaald, dat alle niet door 4 deelbare eeuwjaren geen schrikkeljaren zouden zijn. In 400 jaar worden dus, vergeleken met de Juliaansche tijdrekening, 3 dagen minder geteld; daarmee is de fout nagenoeg opgeheven. Deze Gregoriaansche tijdrekening is tegenwoordig bij alle Europeesche volken in gebruik.

De tijdrekening is vooral ook van belang voor de berekening van de feestdagen. Bij de Christelijke volken betreft dat speciaal den datum van Paschen (en daarmee samenhangend Pinksteren), die door het koncilie van Nicea vastgesteld werd op den eersten Zondag na de eerste volle maan na de voorjaarsnachtevening. Voor de berekening van dezen datum werden van ouds eenige hulpgrootheden gebruikt, die men in de almanakken meestal nog opgegeven vindt. Ten eerste het g u l d e n g e t a l, het nummer van het jaar in den 19-jarigen cyklus (waarin zon en maan telkens weer nagenoeg gelijk komen); dit getal is 1 + de rest, die overblijft bij deeling van het jaartal door 19. Van het guldengetal hangt af de *epakta*, de ouderdom van de maan op 0 Januari, gerekend van af het eerste verschijnen van de maansikkel (de ouderdom van de volle maan is van hetzelfde beginpunt af 13). Deze epakta wordt als regel elk volgend jaar 11 grooter of 19 kleiner; in 1917 (G.G. 18) was zij 6, in 1918 17, in 1919 29, in 1920 10, in 1921 21. Op 30 Jan., 28 Febr., 30 Maart, 28 April is de ouderdom van de maan even groot als de epakta; dus valt in 1921 de volle maan op (13—21) + 30 Mrt. = 22 Mrt.

Om de Zondagen te vinden, dient de *zondagsletter*: 1 Jan. = A, 2 Jan. = B, enz. In 1921 valt Zondag op 2 Januari, dus de zondagsletter is B. Dezelfde letter heeft ook 27 Mrt.; dit is de eerste zondag na de volle maan, dus de datum van Paschen. In schrikkeljaren zijn er twee zondagsletters. De zondagsletters komen terug in een periode van 28 jaren (4×7); het ranggetal in deze periode, dat dus de zondagsletter bepaalt, heet *zonnecirkel*. Bij overgang van de eene eeuw naar de volgende verspringen deze getallen.

Deze berekening van Paschen is nog eenvoudiger uit te voeren door de formule van Gauss. Men deelt het jaartal achtereenvolgens door 19, 4 en 7 en noemt de resten a, b, c. Dan berekent men $19a + x$, waarin x in de 19de eeuw (tot begin 1900) 23 en sindsdien 24 bedraagt, en deelt dit door 30; rest d. Vervolgens berekent men $2b + 4c + 6d + ij$, waarin ij in de 19de eeuw 4, in de 20ste eeuw 5 is; men deelt deze som door 7 en vindt als rest e. Dan valt Paschen op $(22 + d + e)$ Maart $= (d + e - 9)$ April. In een enkel geval, als er 25 of 26 April uitkomt, moet men een week vroeger nemen. Voor 1932 vinden wij $a = 13$, $b = 0$, $c = 0$, $d = 1$, $e = 4$, dus Paschen is $22 + 1 + 4 = 27$ Mrt.

---

9. DE ASWENTELING DER AARDE.

§ 28. Tallooze waarnemingen in treinen, schepen, enz. bewijzen, *dat wij alleen de relatieve beweging van omringende voorwerpen ten opzichte van ons kunnen waarnemen.* Absolute beweging kunnen wij niet beoordeelen. Of wij in rust of in beweging zijn, kunnen wij niet voelen; wij kunnen alleen zeggen, of wij in rust t.o.v. omringende voorwerpen zijn; wij voelen alleen de onregelmatigheden der beweging (schommelen, stooten, scherpe bochten van de rails).

Wij nemen waar, dat de hemelbol met zon, maan en sterren zich gelijkmatig dagelijks om de hemelas om ons heen draait. Deze waarneming doet ons *de relatieve beweging van den hemelbol* t.o.v. *den aardbol kennen*, maar zegt niets omtrent de werkelijke beweging van beide. Precies dezelfde verschijnselen moeten ontstaan, *wanneer de hemelbol stilstaat en de aarde om dezelfde as wentelt in tegengestelde richting van het Westen naar het Oosten.* Deze as verbindt de beide polen der aarde.

Wanneer men op een punt van een houten bal, die om een as draaien kan en die de aarde voorstelt, een draad vastmaakt, en dezen naar een ver verwijderd punt van het vertrek gericht houdt, kan deze draad de gezichtslijn naar een ster voorstellen. Wanneer men dan den bal draait, kan men zien, hoe deze gezichtslijn t.o.v. den horizon van stand verandert — juist zooals de sterren in werkelijkheid schijnen te bewegen.

Gaan wij de bewegingen en verschijnselen na, die bij zulk een draaiing ontstaan.

1. De plaats, waar wij wonen, beschrijft in 23 uren 56 minuten een cirkel met een straal *r cos b*, wanneer *r* de straal van de bolvormige aarde is en *b* de breedte. Deze plaats beweegt zich dus met een snelheid $\frac{40.10^6 \text{ M}}{86160} \cos b = 464 \cos b$ M. per sekonde voort.

2. Het vlak van den horizon (het raakvlak aan den aardbol) verandert bovendien zijn stand. Het daalt aan de voorgaande, oostelijke zijde omlaag en stijgt aan de volgende, westelijke zijde omhoog; daarom moeten t.o.v. dezen horizon de oostelijke sterren omhoog schijnen te rijzen, de westelijke te dalen.

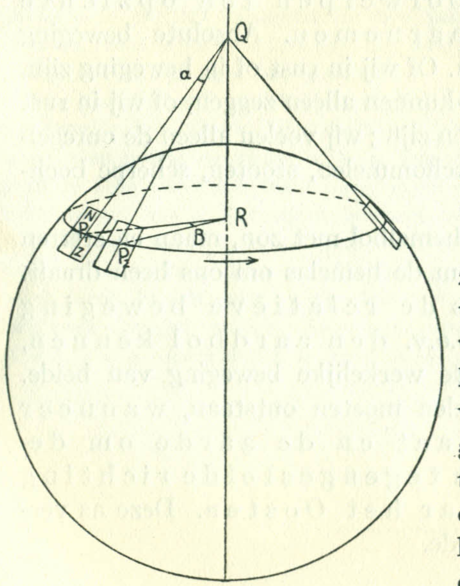

Fig. 45.

3. Tegelijk draait het in zijn eigen vlak in het rond tegen de beweging van de wijzers in. Omdat naar het Zuiden toe de snelheid van het aardoppervlak grooter, naar het Noorden toe kleiner wordt, moet de lijn Noord—Zuid (dus het geheele oppervlak onder onze voeten) gestadig naar links draaien.

De lijn N.—Z. is een raaklijn aan den meridiaan, die de aardas in Q snijdt. Het verschil α in richting tusschen QP_1 en QP_2 wordt bepaald door $P_1P_2 = PQ \times \frac{\alpha}{57}$, terwijl, als β de hoek is dien de aarde in dien tijd gedraaid is, $P_1P_2 = PR \times \frac{\beta}{57}$, dus $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{PR}{PQ} = \sin b$. De snelheid, waarmee het oppervlak onder onze voeten ronddraait, is dus niet 15° per uur, maar in de verhouding sin *b* kleiner. Door deze draaiing zien wij den geheelen sterrenhemel naar rechts draaien; in het N. en Z. aan den horizon bewegen de sterren zich daardoor naar rechts, 15° sin *b* per uur; in het O. en W. gaat de draaiing naar rechts gepaard met stijgen en dalen, dat daardoor scheef plaats vindt. Aan de polen is deze draaiing 15° per uur; aan den aequator is ze o.

Letten wij niet op de cirkelbeweging van onze woonplaats (die toch uiterst klein is t.o.v. den afstand der sterren), dan is de standverandering van het horizonvlak zóó voor te stellen, alsof het draait om een as, evenwijdig aan de hemelas, door de plaats van waarneming gebracht (Fig. 46).

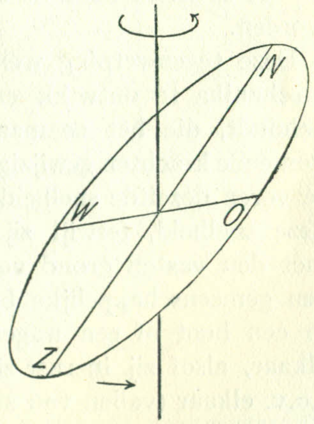

Fig. 46.

§ 29. Oorspronkelijk heeft men als vanzelfsprekend aangenomen, dat de aardbol in rust was en de hemelbol draaide. Maar reeds in de oudheid kwam bij enkelen het denkbeeld op, dat sinds de 17de eeuw algemeen aangenomen wordt, dat de hemel stilstaat en de aardbol draait.

Gronden voor deze opvatting waren:

1. De hemelbol is veel grooter dan de aarde, zou dus reusachtig veel sneller moeten draaien dan in het andere geval de aarde.

2. Bij een draaiende aarde wordt het wereldbeeld veel e e n v o u d i g e r; in plaats van dat v e l e lichamen om de aarde draaien, behoeft slechts dit ééne lichaam te wentelen.

3. De zon, de maan en de planeten hebben anders een dub-

bele beweging ; bij draaiing der aarde staan alle sterren stil en hebben zon, maan en planeten maar één beweging, die langs den hemelbol.

Tegenwerpingen tegen deze opvatting waren :

1. Wij voelen niets van deze beweging. Deze tegenwerping werd weerlegd door wat in het begin van § 28 gezegd is.

2. Wanneer het aardoppervlak zoo snel voortbeweegt, zou een vallende steen en ieder voorwerp, dat niet vast aan de aarde zit, bij de aarde moeten achterblijven. De vogels zouden hun nesten niet kunnen vinden, omdat die, terwijl zij opvlogen, met groote snelheid door de aarde onder hen weggevoerd zouden worden.

Deze tegenwerping werd weerlegd door de grondstelling der mechanika te ontwikkelen, dat ieder voorwerp de beweging behoudt, die het eenmaal heeft, zoolang die niet door bijkomende krachten gewijzigd wordt. De steen en de vogel hebben te voren dezelfde snelheid als het aardoppervlak en behouden deze snelheid, terwijl zij vliegen of zweven, en snellen dus met den vasten grond voort. Wanneer een aantal voorwerpen een gemeenschappelijke beweging hebben (b.v. alles wat zich in een boot of een wagen bevindt), gedragen zij zich t.o.v. elkaar, alsof zij in rust zijn. Alle bewegingen van voorwerpen t.o.v. elkaar (vallen van steenen, rollen en kaatsen van ballen, heen en weer loopen van menschen) vinden plaats, alsof er geen gemeenschappelijke beweging is. In hun onderling gedrag is van de beweging niets te bemerken. Zoo is het ook met den aardbodem en alles wat daarop staat of er boven beweegt.

Sinds het begin van de 17e eeuw werd ingezien, dat de tegenwerpingen tegen de draaiing der aarde geen steek hielden ; wegens de eenvoudigheid van dit wereldbeeld werd het algemeen aangenomen. Naderhand eerst werden direkte bewijzen gevonden.

§ 30. Direkte bewijzen voor de aswenteling der aarde zijn :

1. De middelpuntvliedende kracht bewerkt, dat de versnelling der zwaartekracht naar den evenaar toe afneemt (1672 door Richer ontdekt).

De mechanika bewijst (Huygens 1684), dat de versnelling der middelpuntvliedende kracht $a = \frac{v^2}{r}$ is ; aan den evenaar dus $\frac{2\pi \times 464^2}{40.10^6} = 0{,}034$ M. per sekonde. Bewerkt de aantrekkingskracht een versnelling g_0, dan moet aan den evenaar de versnelling der zwaartekracht $g_0 - 0{,}034$ zijn, aan de polen g_0. Op een andere breedte is de straal van den doorloopen cirkel en de snelheid in de verhouding cos b kleiner, dus ook a; deze middelpuntvliedende kracht werkt echter loodrecht op de aardas, maakt dus een hoek b met de vertikaal; de vermindering van de zwaarte is dus nog eens cos b maal kleiner, dus $= a \cos^2 b$. Voor een willekeurige breedte is dus de versnelling der zwaartekracht

$$g = g_0 - 0{,}034 \cos^2 b.$$

Uit de waarnemingen van de versnelling der zwaartekracht op verschillende plaatsen op aarde is gevonden

$$g = 9{,}832 - 0{,}052 \cos^2 b.$$

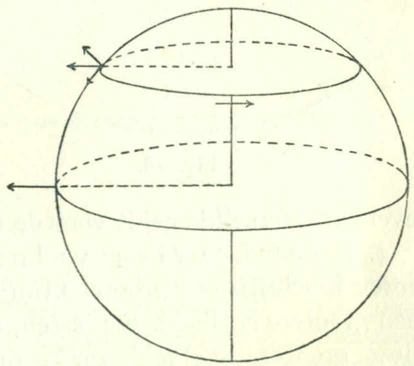

Fig. 47.

Het verschil tusschen pool en evenaar is dus 1½ maal grooter. Dit komt door de afplatting der aarde ; deze bewerkt, dat aan den evenaar, verder van het middelpunt af, de aantrekking geringer is. In den coëfficiënt 0,052 zit dus de gezamenlijke invloed van middelpuntvliedende kracht en afplatting.

2. De afplatting der aarde is een gevolg van de aswenteling. Men moet aannemen, dat de aarde vroeger in hooge mate vervormbaar was. Zulk een lichaam neemt een gedaante aan, waarbij het oppervlak overal loodrecht staat op

de resultante van alle krachten, dus hier van de aantrekking en de middelpuntvliedende kracht (Fig. 48).

3. De richting van de passaten en moessons. Bij rustende aarde zouden deze naar den aequator gerichte winden Noord of Zuid waaien. Waaien ze naar den evenaar, dan strijken ze over streken, die steeds sneller bewegen ; zij blijven dus achter bij het aardoppervlak en hun richting wordt steeds meer van Oost naar West. Zoo ontstaat de NO. passaat ten N., de ZO. passaat ten Z. van den evenaar. Hetzelfde geldt voor de moessons.

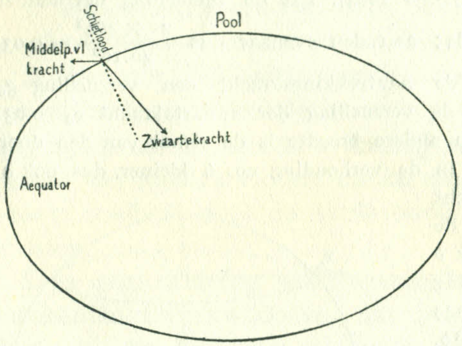

Fig. 48.

4. Nauwkeurige valproeven. De top van een toren beschrijft een grooter kring dan de voet, en heeft dus ook een grootere snelheid. Een steen, die van den top valt, behoudt deze grootere snelheid, raakt dus bij het vallen vóór t.o.v. het aardoppervlak, d.w.z. hij moet naar het O. afwijken t.o.v. de vertikaal. De eerste proeven van Benzenberg op een toren in Hamburg gaven geen zekere uitkomsten door velerlei storingen. Latere proeven in mijnputten waren in overeenstemming met de theorie.

De omstandigheden bij zulke valproeven zijn in fig. 49 voorgesteld. Op het oogenblik, dat de steen losgelaten wordt, bevindt zich de top van den toren in T, de voet in V, (hoogte b.v. 80 M.). De top beschrijft een cirkel, waarvan de straal 80 M. grooter, dus de omtrek $2\pi \times 80$ M. grooter is dan die, welken de voet beschrijft ; de snelheid van den top

is dus $\frac{2\pi \times 80}{86400} = 0{,}0058$ M. per sekonde grooter dan de snelheid van den voet. Met deze snelheid zou de steen voortvliegen langs een rechte lijn, waarop hij na 1, 2, 3 en 4 sekonden in A_1, A_2, A_3, A_4 zou aankomen, als niet de zwaartekracht hem omlaag trok. Daardoor beschrijft hij den weg $S_1 S_2 S_3 S_4$. Wij kunnen het eindpunt na 4 sekonden S_4 ook vinden, door eerst te zien, waar hij door de horizontale beginsnelheid

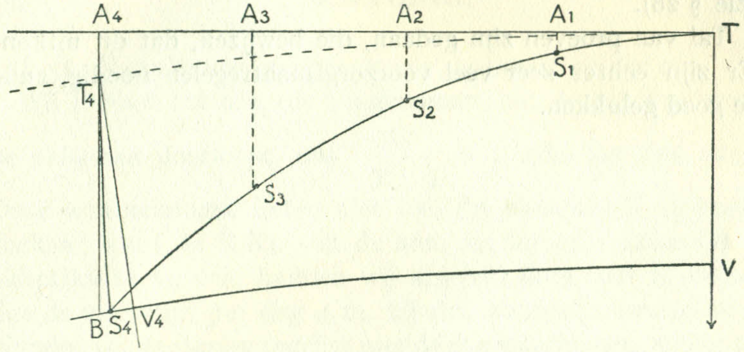

Fig. 49.

zou gekomen zijn, en van hier uit den weg te volgen, dien hij door de zwaartekracht alléén zou gaan. Bleef de zwaartekracht altijd gelijk gericht met TV, haar richting in T, dan zou de steen in B terechtkomen, terwijl de voet in V_4 gekomen is. De steen was dan den voet van den toren $4 \times 0{,}0058$ M. $= 23$ mM. vóór gekomen. Nu is echter de zwaartekracht in den tusschentijd gaandeweg van richting veranderd ; het laatst was de richting T_4V_4. Dus de weg door de zwaartekracht alléén begint in A wel evenwijdig met TV, maar buigt daarna wat op V_4 toe. De steen is dus slechts een bedrag S_4V_4 bij den voet van den toren vóórgeraakt ; 8 mM. minder dan BV_4, dus 17 mM. (Hoe zal het zijn als de toren 4 maal hooger is ?) Dit alles geldt voor den evenaar. Op onze breedte zijn de bedragen in de verhouding van cos *b* kleiner.

In de figuur ziet men ook, dat het vallen iets langer duurt dan bij rustende aarde, omdat A_4V_4 een bedrag A_4T_4 langer is dan TV. Dit is hetzelfde als wat wij als vermindering der zwaartekracht door de middelpuntvliedende kracht waarnemen.

5. De slingerproef van Foucault. Een slinger blijft in zijn eigen vlak slingeren, ook al draait de wereld er onder in het rond. Het aardoppervlak in onze naaste omgeving draait in zijn eigen vlak naar links. Laten wij dus een slinger slingeren, dan moet het slingervlak t.o.v. het vaste aardoppervlak naar rechts schijnen te draaien, en wel $15° \sin b$ per uur, (zie § 28).

Tal van proeven zijn gedaan, die bewijzen, dat dit uitkomt. Er zijn echter zeer veel voorzorgsmaatregelen noodig, zullen ze goed gelukken.

10. ONREGELMATIGHEID VAN DE ZONS-BEWEGING.

§ 31. Nauwkeurig onderzoek van de beweging der zon.

Wij hebben tot nog toe aangenomen, dat de zon regelmatig de ekliptika doorloopt, dus $\frac{360°}{365^1/_4} = 0°,986$ per dag aflegt. Onze waarnemingen lieten niet toe, dit nauwkeurig te onderzoeken; want de R.Kl. van de zon, die wij gebruikten om de ekliptika te vinden, hadden wij afgeleid door aan te nemen, dat de sterretijd per dag 4 m. bij den zonnetijd vooruitloopt. Konden wij de sterren tegelijk met de zon waarnemen, en konden wij dan met een instrument den afstand van de zon tot deze sterren nauwkeurig meten, dan konden wij zien of dit juist is. In vroegere tijden werd dit zóó gedaan, dat overdag de afstand van de zon tot de maan, 's nachts daarop de afstand van de maan tot de sterren gemeten werd; zoo werd de beweging van zon langs de ekliptika bepaald.

Een ander middel werd in de oudheid door de Grieken gebruikt. De 2 punten, waar de ekliptika den aequator snijdt, en de twee, waar de deklinatie het grootst is, liggen 90° van elkaar verwijderd, verdeelen dus de ekliptika in 4 gelijke deelen. Gebruikt de zon voor elk even veel tijd? Men kan dit vinden, door nauwkeurig het tijdstip te bepalen, waarop de deklinatie van de zon 0° is, en de dagen, waarop de beweging omkeert. Met groote gnomons in de oudheid, of met nauwkeurig verdeelde instrumenten tegenwoordig, waren deze tijdstippen goed te bepalen. Wij kunnen dit met onze hulpmiddelen niet nauwkeurig genoeg doen. Wij zullen dus deze gegevens aan den almanak ontleenen.

Wij vinden b.v., dat de zon stond in het:

				Tusschentijd
lentepunt	21 Maart 1914	11 u. vm.		
zomerpunt	22 Juni	,, 7 ,, ,,	92 dagen	20 uren
herfstpunt	23 Sept.	,, 10 ,, 's av.	93 ,,	15 ,,
winterpunt	22 Dec.	,, 4 ,, nm.	89 ,,	18 ,,
lentepunt	21 Maart 1915	5 ,, ,,	89 ,,	1 ,,

De zon doorloopt de ekliptika niet met standvastige snelheid. Haar snelheid wordt afwisselend grooter en kleiner; deze is in de herfst- en wintermaanden gemiddeld grooter dan in de lente- en zomermaanden.

Ter verklaring van deze onregelmatigheden nam Hipparchus aan, dat de zon met standvastige snelheid een cirkel beschrijft, waarvan het middelpunt buiten de aarde ligt (u i t m i d d e l p u n t i g e of e x c e n t r i s c h e c i r k e l), zoodat zij beurtelings dichter bij en verder van de aarde komt; daardoor schijnt haar snelheid afwisselend grooter en kleiner. Is ANBF de zonsbaan, dan zal de snelheid in N het grootst, in F het kleinst schijnen. Als de zon, van uit de aarde gezien, telkens 90° aflegt (B, F, A, N), dan zijn de tusschentijden evenredig met de bogen BF, FA, AN, NB. Zij komt te vroeg in B en te laat in A en wel een bedrag waarin zij boog BD = AC doorloopt, die gelijk te stellen is met den afstand van de aarde tot M. Wij kunnen dezen afstand berekenen. Stelt N het winterpunt voor, B het lentepunt, dan is dus (zomer + herfst) — (herfst + winter) = (BF + FA) — (AN + BN) = 4 × BD. Dit is 186 d. 11 u. — 178 d. 19 u. = 7 d. 16 u. = 4 × 1 d. 22 u. De afstand BD is dus een boog, die in 1 d. 22 u. doorloopen wordt; de straal van de baan wordt in $\frac{365^1/_4}{2\pi}$ = 58.1 d. = 30 × 1 d. 22 u. doorloopen; dus BD = de afstand van de aarde tot M. = $^1/_{30}$ MN. D e e x c e n t r i c i t e i t v a n d e n d o o r d e z o n d o o r l o o p e n c i r k e l i s d u s $^1/_{30}$.

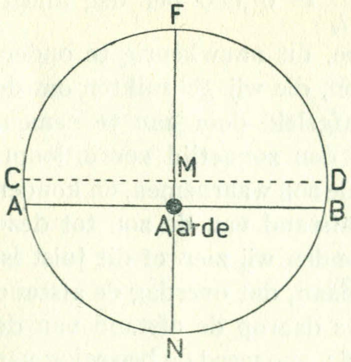

Fig. 50.

Nu valt N niet precies met 't winterpunt samen; want BN moet naar

de bovenstaande getallen < AN en FB < FA zijn. De lijn FN gaat dus niet door M, maar rechts er langs. De aarde ligt wel $^1/_{30}$ straal beneden M, maar tegelijk iets rechts (Fig. 51), en wel een bedrag, dat wij vinden uit (zomer + herfst) — (winter + lente) = 183 d. 9 u. — 181 d. 21 u = 1 d. 12 u. = 4 × 0 d. 9 u. De boog, die in 0 d. 9 u. doorloopen wordt = $\frac{9 \text{ u.}}{58{,}1 \text{ d.}} = \frac{1}{155}$ × den straal. De lijn door de aarde en M, waarop de plaatsen liggen waar de zon het verst van en het dichtst bij de aarde komt, maakt met NF een hoek, waarvan de tg = $\frac{0 \text{ d. } 9 \text{ u.}}{1 \text{ d. } 22 \text{ u.}} = \frac{9}{46}$ is, dus = 11°. Het tijdstip, waarop de zon het naast is en het snelst beweegt, valt dus 11 dagen na den winterzonnestilstand, dus als de lengte van de zon 281° is.

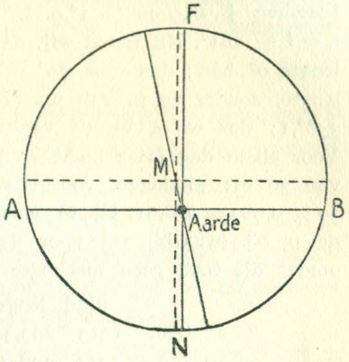

Fig. 51.

De snelheid, waarmee de zon de ekliptika doorloopt, is het grootst op 2 Jan. en het kleinst op 2 Juli; op den eersten dezer dagen is de snelheid $^1/_{30}$ grooter, op den anderen $^1/_{30}$ kleiner dan gemiddeld.

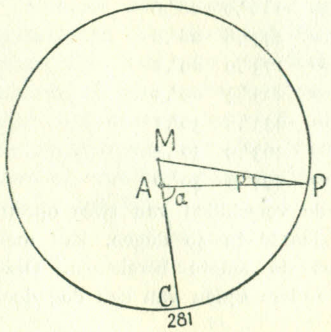

Fig. 52.

Wij zullen later telkens de lengte van de zon op verschillende dagen van het jaar noodig hebben. Hoe kunnen wij die hieruit vinden? De richting, waarin zij van uit het middelpunt M zou gezien worden, de middelbare lengte, is evenredig met den tijd: ∠ CMP = $\frac{360}{365^1/_4}$ × tijd. Van uit A gezien is de lengte een hoekje p grooter; dit hoekje wordt gevonden, doordat sin p = $\frac{MA}{MP}$ sin α = $^1/_{30}$ sin α.

Is $\alpha = 90°$, dan is p zoo groot mogelijk $= 1°54' = 1°,9$. Daar p altijd klein is, is de sinus evenredig met den hoek te stellen, dus wordt

$$p = 1°,9 \sin \alpha.$$

Terwijl α van 0° tot 360° verandert, verandert p evenredig met sin α tusschen + 1°,9 en — 1°,9. In punt C is de lengte van de zon 281°, dus $\alpha = l - 281°$. Nu weten wij, dat de zon op 21 Maart 1914 11 u. v.m. een lengte 0° had; dus $\alpha = 79°$ p = 1,9 sin 79° = 1,9; dus de middelbare lengte, zonder de p. van uit M gezien, was toen, en om 12 u. ook nog, 358°,1; dus wij gaan uit van 21 Maart 12 u. middelbare lengte 358°,1. Voor elken dag later komt er 360° : 365¼ = 0,987 bij. Wij berekenen dus van 30 tot 30 dagen, vooruit en terug, eerst de middelbare lengte, door 30 × 0,987 = 29°,61 bij te voegen of af te trekken, en voegen er dan de p bij (waarbij wij voor de α de middelbare lengte — 281° nemen, omdat dit toch geen merkbare verschillen geeft).

		midd. lengte	p.		ware lengte	
21 Dec.	1913	269,3	— 0,4	=	268°,9	
20 Jan.	1914	298,9	+ 0,7	=	299°,6	30°,7
19 Febr.	„	328,5	+ 1,5	=	330°,0	30°,4
21 Maart	„	358,1	+ 1,9	=	0°,0	30°,0
20 April	„	27,7	+ 1,8	=	29°,5	29°,5
20 Mei	„	57,3	+ 1,3	=	58°,6	29°,1
19 Juni	„	86,9	+ 0,5	=	87°,4	28°,8
19 Juli	„	116,5	— 0,5	=	116°,0	28°,6
18 Aug.	„	146,1	— 1,3	=	144°,8	28°,8
17 Sept.	„	175,7	— 1,8	=	173°,9	29°,1
17 Okt.	„	205,3	— 1,9	=	203°,4	29°,5
16 Nov.	„	234,9	— 1,4	=	233°,5	30°,1
16 Dec.	„	264,5	— 0,6	=	263°,9	30°,4
15 Jan.	1915	294,0	+ 0,5	=	294°,5	30°,6

Uit de getallen van de laatste kolom, de verschillen van twee opeenvolgende lengten, dus de verandering in lengte in 30 dagen, kan men gemakkelijk voor tusschenliggende datums de lengte berekenen. Deze gelden alle voor 's middags 12 uur; voor andere tijden van den dag doet men er 0°,1 per 2,4 uur bij.

Deze getallen gelden nu voor 1914. Daar de zon telkens na 365¼ dag op dezelfde lengte terugkomt, zal deze tabel ook voor 1915 gelden, maar dan op alle datums ¼ dag later; voor 1916 Jan. en Febr. ½ dag later, de volgende maanden (omdat 29 Febr. er tusschen schuift) ½ dag vroeger, voor 1917 ¼ dag vroeger, voor 1918 weer om 12 uur, en zoo voort. De tweede regel van de tabel geldt dus voor 1914 20 Jan. 12 u. middag; 1915 20 Jan. 6 u. 's avonds; 1916 20—21 Jan. 12 u. middn.; 1917 20 Jan. 6 u. 's morgens; dit herhaalt zich in elke volgende vier jaren, maar de tijden worden (doordat het jaar wat kleiner is dan 365¼ dag) langzamerhand vroeger, ongeveer een uur in 5⅓ jaar.

§ 32. De zon blijft dus niet elken dag evenveel bij den hemelbol achter. De tijd tusschen twee opeenvolgende doorgangen van de zon door het Zuiden wordt soms grooter, soms kleiner, d.w.z. de z o n n e d a g e n z ij n n i e t a l l e e v e n l a n g.

Vroeger regelde men den tijd precies naar de zon; bij dezen w a r e n z o n n e t ij d is het telkens 12 uur als de zon in het Z. staat; maar deze tijd verloopt niet altijd even snel.

Sinds de 18de eeuw gebruikt men een tijd, die volkomen regelmatig loopt, dus per dag juist $\frac{1}{365^1/_4}$ dag bij den sterrenhemel achterblijft. Deze tijd heet m i d d e l b a r e t ij d.

Wanneer men regelmatig waarnemingen van de zon doet, kan men gemakkelijk opmerken, dat de zon niet precies om 12 uur in het Zuiden staat. Dat kan voor een deel komen, doordat men het horloge volgens station of telegraafkantoor op Amsterdamschen tijd zet, en de plaatselijke tijd daarvan verschilt. Dit lengteverschil kunnen wij echter naar de opgaven van een atlas in rekening brengen. Wat er overblijft, is het verschil tusschen den waren zonnetijd en den middelbaren tijd. Zoo vinden wij b.v.

15 Sept. 11 u. 55 m.	15 Dec. 11 u. 55 m.
9 Okt. 11 u. 47 m.	28 „ 12 u. 1 m.
1 Nov. 11 u. 44 m.	20 Jan. 12 u. 11 m.
20 „ 11 u. 45 m.	

Komt dit nu uit met wat wij over de veranderlijke snelheid van de zon in haar baan vonden? Op 2 Jan. loopt zij het snelst, op 2 Juli het langzaamst, dus van begin Okt. tot begin April sneller, van begin April tot begin Oktober langzamer dan gemiddeld. Zij is dus begin Oktober het meest achter geraakt, begin April het meest vooruitgekomen. Wij vinden hier wat anders.

Dit komt hiervandaan, dat er nog een tweede oorzaak is, waardoor de zon niet elken dag evenveel bij de sterren achterblijft. Ook als de zon gelijkmatig de ekliptika doorloopt, dus de lengte elken dag evenveel toeneemt, neemt de R.KL. niet evenveel toe. Is de zon in het lente- of herfstpunt, dan zal bij een toename in lengte van AL = 1° langs de ekliptika (Fig. 53) de toename in R.KL. LB wat minder zijn, en wel 1° cos 23½° = 0,92 × 1°. In plaats van 4 m. blijft zij dan slechts 0,92 × 4 m. (dus 0,08 × 4 m. = 20 sek. minder dan gemiddeld) bij de sterren achter; de dagen zijn dan 20 sek. langer dan gemiddeld. Omgekeerd als de zon in het zomer- of winterpunt staat. Doorloopt de zon boog CD, dan neemt haar R.KL. met EF toe, zoo, dat CD = EF cos 23½°, dus EF = $\frac{CD}{\cos 23\frac{1}{2}^\circ}$. In plaats van 4 m. blijft zij dan $\frac{4\text{ m.}}{0{,}92}$ dus 20 sek. meer dan gemiddeld bij de sterren achter; dan is de zonnedag 20 sek. korter dan gemiddeld.

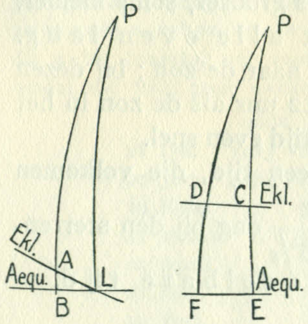

Fig. 53.

Doordat de zon zich in de ekliptika, dus scheef ten opzichte van de hemelas voortbeweegt, zijn de dagen op 21 Maart en 21 Sept. 20 sek. te lang, op 21 Juni en 21 Dec. 20 sek. te kort; tusschen deze grenzen schommelt de lengte van een dag op en neer, en 46 dagen vóór en na deze datums zal de dag de gemiddelde lengte hebben.

Hoeveel raakt de ware zonnetijd daardoor nu vóór of achter bij den middelbaren tijd? Men kan berekenen, wat de R.KL. van de zon is, als de lengte 45° is; (zie Aanhangsel IV); men vindt daarvoor 42°,5. Dus midden tusschen lentepunt en zomerpunt (omstreeks 6 Mei) gaat de zon, als haar lengte 45° is, 2,5 × 4 = 10 minuten vroeger door den meridiaan dan de middelbare zon, die 45° langs den aequator voortgeloopen is. Evenzoo zal de zon midden tusschen zomer- en herfstpunt (omstreeks 6 Augustus) 10 minuten achtergeraakt zijn bij de middelbare zon, midden tusschen herfst- en winterpunt (omstreeks 6 Oktober) weer 10 m. vóór en omstreeks 6 Februari 10 m. achter zijn.

Bij deze ongelijkheid voegt zich nu als tweede oorzaak voor het verschil de wisselende snelheid van de zon in de ekliptika. Wij vonden in de vorige §, dat de zon daardoor op 2 Jan. en 2 Juli op dezelfde plaats staat als bij gelijkblijvende snelheden, dat op 2 April haar lengte 1°,9 grooter is en op 2 Oktober 1°,9 kleiner. Hoeveel tijd komt zij dan op 2 April te laat in het Zuiden? Ze staat 1°,9 links van de plaats, die om 12 uur in het Zuiden komt, dus komt 1,9 × 4 m. = 7,6 m. na 12 in het Zuiden; op 2 Oktober evenzoo 7,6 m. te vroeg.

Wij voegen nu de werkingen van beide oorzaken bij elkaar, en stellen de afwijkingen door golflijnen voor (zie Fig. 54); dan zien wij, dat ze elkaar gedeeltelijk opheffen in het lentezomerhalfjaar, daarentegen in

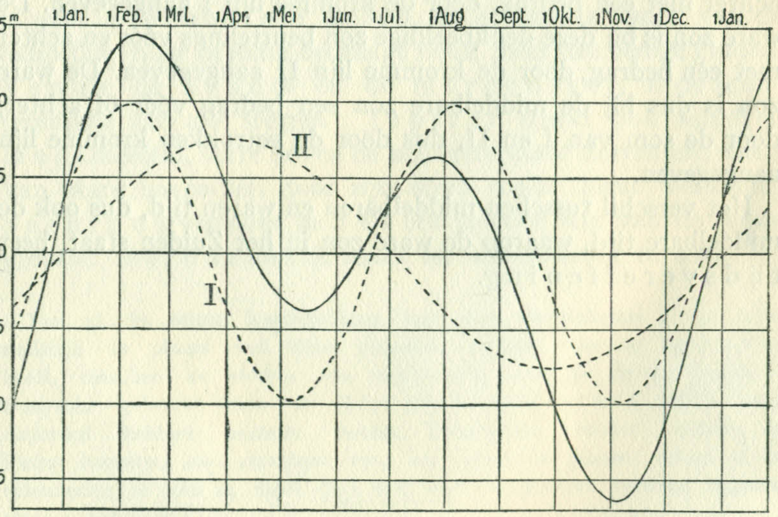

Fig. 54.

den winter elkaar versterken. Haar gezamenlijke werking wordt voorgesteld door de getrokken lijn. (Zie op den kalender, wanneer in December de zon het vroegst ondergaat, en wanneer zij het laatst opkomt, en verklaar dit verschil.)

Denken wij ons een zon, die volkomen gelijkmatig den aequator doorloopt, juist in één jaar, dan kunnen wij zeggen, dat de m i d d e l b a r e t ij d geregeld wordt naar deze „middelbare zon", die elken dag precies evenveel bij den sterrenhemel achterblijft.

Hoeveel komt de ware zon vóór of na deze middelbare zon? Om dit te vinden, denken wij ons een tweede denkbeeldige zon, die gelijkmatig de ekliptika doorloopt, en op 2 Jan. en 2 Juli met de ware zon samenvalt. Met deze denkbeeldige zon valt de middelbare zon precies in lente- en herfstpunt samen. Deze denkbeeldige zon is bij de middelbare zon beurtelings vóór en achter met een bedrag, door de kromme lijn I aangegeven. De ware zon is bij deze denkbeeldige zon beurtelings vóór en achter met een bedrag, door de kromme lijn II aangegeven. De ware zon is dus bij de middelbare zon een bedrag vóór of achter, door de som van I en II, dus door de getrokken kromme lijn aangegeven.

Het verschil tusschen middelbaren en waren tijd, dus ook de middelbare tijd, waarop de ware zon in het Zuiden staat, heet t ij d s v e r e f f e n i n g.

11. DE SCHIJNBARE BEWEGING DER PLANETEN.

§ 33. Tusschen de vaste sterren merkt men eenige zeer heldere sterren op, die voortdurend van plaats veranderen en tusschen de andere sterren heen en weer wandelen. Men ziet ze altijd in den d i e r e n r i e m en wel in de naaste buurt van de ekliptika; haar breedte bedraagt nooit meer dan eenige graden. V e n u s, de a v o n d- en de m o r g e n s t e r, is de schitterendste van alle sterren; J u p i t e r steekt ook altijd, en M a r s meestal, verre boven de helderste vaste sterren uit, waarvan Mars bovendien door zijn sterk roode kleur verschilt; S a t u r n u s vertoont zich als een gewone ster van de eerste grootte. M e r c u r i u s is maar bij uitzondering te zien.

Van af de eerste kennismaking met den sterrenhemel is het zaak, dadelijk de plaats van deze planeten, zoodra men ze aangetroffen heeft, tusschen de sterren zoo nauwkeurig mogelijk in te teekenen. Daarvoor gebruikt men de D i e r e n r i e m s k a a r t e n. (Men kiest daarvoor heldere nachten zonder maneschijn, omdat anders de kleine sterretjes niet zichtbaar zijn. Als echter de planeet alleen in de schemering te zien is, moet men zich met de grootere verderaf liggende sterren behelpen.)

Het is van belang de planeten ook waar te nemen, als ze alleen na middernacht op zijn, dus m. a. w. vroeg in den loop van haar verschijning te beginnen. Uit de waarnemingen, die zoo in den loop van het jaar verzameld zijn, kan men dan haar beweging leeren kennen. Men gebruikt daarvoor die planeten, die juist gunstig staan.

Om de plaatsen van de planeten, en dus ook haar bewegingen, in getallen uit te drukken, lezen wij haar l e n g t e e n b r e e d t e van de kaart af.

W a a r n e m i n g e n v a n S a t u r n u s 1915—'16[1])

8 Sept.	l = 103°,6	b = —0°,7[2])	22 Jan.	l = 101°,3	b = —0°,3
29 Sept.	105 ,1	—0 ,9	7 Febr.	100°,1	—0 ,5
5 Nov.	106 ,0	—0 ,7	20 ,,	99 ,2	—0 ,5
27 ,,	105 ,5	—0 ,5	26 ,,	99 ,1	—0 ,6
21 Dec.	104 ,7	—0 ,7	25 Maart	99 ,4	—0 ,3
30 ,,	103 ,8	—0 ,6	30 ,,	100 ,2	—0 ,5
5 Jan.	102 ,9	—0 ,5	23 April	101 ,4	—0 ,5
11 ,,	102 ,2	—0 ,5	28 ,,	102 ,0	—0 ,5

Men ziet hier 1. dat de breedte altijd zeer gering en vrijwel gelijk blijft; Saturnus wandelt evenwijdig met en dicht langs de ekliptika. 2. Saturnus is gedurende al dezen tijd in het sterrebeeld de Tweelingen gebleven. Eerst is de lengte iets toegenomen. Dan neemt gedurende 4 maanden de lengte af, tot einde Februari; daarna neemt de lengte weer toe, tot de planeet, doordat de zon dicht bij de Tweelingen komt, onzichtbaar wordt.

Om de veranderingen in lengte goed te overzien, doet men het best

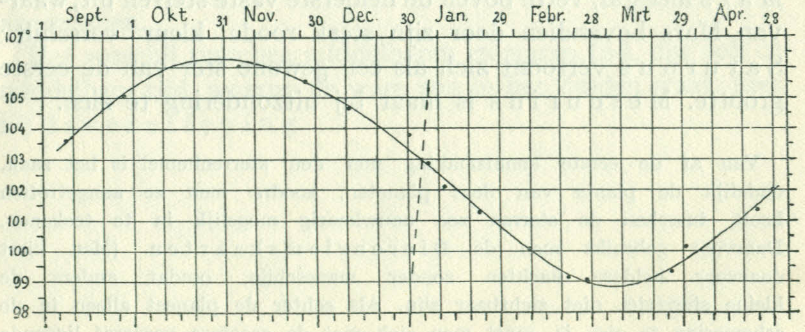

Fig. 55.

een grafische voorstelling te maken. Op geruit papier zet men horizontaal de datums uit, vertikaal de graden lengte. Elke waarneming wordt door een punt voorgesteld. Men trekt nu een regelmatige lijn door die punten;

[1]) In een ander jaar neemt men, in plaats hiervan, de eigen waarnemingen van dat jaar.

[2]) Een plaats op de kaart is tot op $^1/_{10}$ graad af te lezen; al is de plaats, die men ingeteekend heeft, veel minder nauwkeurig, toch leest men de plaats op de kaart precies af.

precies d o o r alle punten gaat niet, omdat de waarnemingen altijd een beetje fout kunnen zijn; bij de een zal de waargenomen lengte iets te groot, bij de ander iets te klein zijn. Men trekt de lijn zoo dicht mogelijk langs de punten tusschen hen door; men ziet dan meteen, bij welke waarnemingen de lengte wat te groot of te klein was. Uit deze grafische voorstelling (Fig. 55) ziet men, dat Saturnus van 30 Oktober (lengte 106°,3) tot 6 Maart (lengte 98°,9) teruggeloopen is; op een dag precies is dit niet te vinden, omdat de planeet op die tijden vele dagen lang niet merkbaar van plaats veranderde (stilstanden).

Hoe is het de vorige jaren geweest? Wij moeten hier buiten het materiaal van de eigen waarnemingen gaan en gegevens aan anderen ontleenen, die vroeger waarnemingen deden[1]). Deze leeren ons: In 1913 — '14 stond Saturnus in den Stier; van begin Oktober tot begin Maart nam de lengte af, en wel van 78° tot 71°; daarna nam de lengte weer toe, tot de planeet in de avondschemering verdween. In het najaar van 1914 stond zij op de grens van Stier en Tweelingen; van Oktober tot Februari nam de lengte weer af, 92° tot 85°, om daarna gedurende den tijd, dat zij niet waargenomen is (de zon te dicht bij), aan te groeien tot de 106°, die wij in den herfst van 1915 vonden. Hier blijkt dus:

Saturnus beweegt zich beurtelings vooruit en terug langs de ekliptika, maar overwegend vooruit; elk volgend jaar staat hij ongeveer 14° verder in lengte, en het blijkt uit langdurige waarnemingen, dat hij in 29½ jaren de geheele ekliptika doorloopt. Daarbij loopt hij afwisselend in 4 maanden 7° terug, juist in den tijd van beste zichtbaarheid, en daarna, in den tijd van moeilijke zichtbaarheid, 21° vooruit.

W a a r n e m i n g e n v a n J u p i t e r.

1915	6 Sept.	355°,5	—1°,1		1916	24 Jan.	355°,9	—0°,7
,,	29 ,,	351 ,5	—1 ,2		,,	17 Febr.	0 ,4	—1 ,0
,,	13 Okt.	350 ,9	—1 ,6		,,	8 Aug.	35 ,2	—1
,,	27 ,,	349 ,8	—0 ,8		,,	19 Sept.	33 ,8	—1 ,3
,,	5 Nov.	348 ,9	—1 ,1		,,	28 Okt.	29 ,1	—1 ,2
,,	27 ,,	348 ,8	—1 ,1		,,	27 Nov.	26 ,0	—1 ,2
1916	3 Jan.	352 ,2	—1 ,2		,,	22 Dec.	25 ,4	—1 ,4

[1]) Wanneer van elke klasse de waarnemingen in een boek bewaard worden, heeft men materiaal van vroegere jaren steeds bij de hand, en steeds meer.

Van af het begin der waarnemingen loopt Jupiter (tusschen de kleine sterren van de Visschen en den Waterman) terug, tot hij omstreeks 17 November op een lengte 348°,6 blijft stilstaan; daarna loopt hij weer vooruit, tot hij midden Februari onzichtbaar wordt. Toen hij in Augustus 1916 laat in den nacht voor het eerst waargenomen werd, bleek, dat hij die beweging voortgezet had tot 35° lengte in het begin van den Ram; toen kwam echter een stilstand; de planeet ging terugloopen tot zij omstreeks 20 Dec. de lengte 25°,3 bereikt had; daarna nam de lengte weer toe. Wij mogen aannemen, dat in 1915 het terugloopen begonnen is vóór de eerste waarneming, omstreeks midden Juli, op een lengte van 0°; en dat dus alle verschijnselen in 1915—'16 een maand vroeger en op een 37° kleinere lengte plaats vonden dan 1916—1917.

Jupiter vertoont hetzelfde karakter in zijn beweging als Saturnus. Hij loopt beurtelings vooruit en terug; elk volgend jaar staat hij een maand later ruim 30° verder in de lengte, zoodat hij in 12 jaren de geheele ekliptika doorloopt. Beurtelings loopt hij in 4 maanden 12° terug, en dan in 9 maanden 42° tot 48° vooruit, en wel zóó, dat het terugloopen in den tijd van de beste zichtbaarheid valt.

Waarnemingen van Mars.

8 Sept.	1915 l =	102°,6	b =	+0°,5		26 Febr.	1916 l =	134°,5	b =	+3°,8
29 „	„ „	115°,8	„	+0 ,8		4 Maart	„ „	132°,0	„	+3 ,9
16 Nov.	„ „	138°,8	„	+2 ,2		25 „	„ „	130°,3	„	+3 ,0
11 Dec.	„ „	147°,2	„	+3 ,0		2 April	„ „	131°,2	„	+3 ,0
30 „	„ „	149°,4	„	+3 ,6		22 „	„ „	135°,7	„	+2 ,4
11 Jan.	1916 „	148°,8	„	+3 ,9		28 „	„ „	137°,7	„	+2 ,0
24 „	„ „	145°,7	„	+4 ,3		17 Mei	„ „	144°,5	„	+2
30 „	„ „	143°,1	„	+4 ,2		25 „	„ „	148°,2	„	+1 ,7
7 Febr.	„ „	140°,7	„	+4 ,8		3 Juni	„ „	154°,3	„	+2 ,0
20 „	„ „	135°,6	„	+4 ,3						

In September 1915 stond Mars in de Tweelingen, niet zeer helder, ongeveer even groot als Pollux, die tot de kleinere sterren van de 1ste grootte behoort. In de volgende maanden liep Mars voort, tot dicht bij Regulus, wendde zich daar in een boog naar het Noorden en begon op grootere breedte terug te loopen. Tegelijk was hij steeds schitterender geworden, en overtrof alle sterren van de eerste grootte. In Maart hield

het terugloopen op; de breedte werd weer kleiner, en van April af liep de planeet weer rechtuit, terwijl zij tegelijkertijd steeds kleiner werd (Fig. 56). In de beweging in lengte vertoont zich dus iets dergelijks als bij Saturnus: afwisselend vooruit- en terugloopen. Doordat echter de breedte onder het terugloopen grooter was dan onder het rechtloopen, vertoont zich de baan langs den hemel als een platte lus.

Waar was Mars in de vorige jaren? In den winter 1913—'14 stond hij

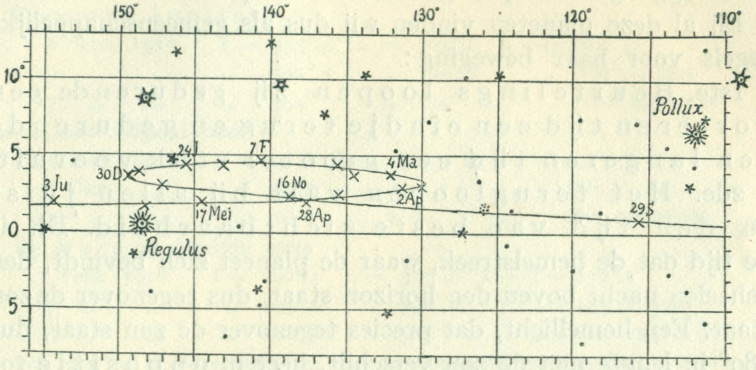

Fig. 56.

als een schitterende ster in de Tweelingen, en liep daar van 23 Nov. tot 15 Febr. terug, van 114° tot 95° lengte. Daarna liep hij rechtuit, met aanmerkelijke snelheid; dus, anders dan Saturnus, verliet hij snel de streek, waar hij teruggeloopen was; in Mei doorliep hij den Kreeft, in Juni was hij in den Leeuw, toen de avondschemering nauwkeurige waarnemingen verder onmogelijk maakte. Daar hij het volgend jaar September weer in de Tweelingen stond, is hij in den tusschentijd voortgeloopen, door de Zuidelijke dierenriemsbeelden heen, $^5/_6$ hemelomtrek in 15 maanden, dus ongeveer 20° per maand. Daarbij is hij dan door de zon (die 30° per maand aflegt) langzaam achterhaald (in den winter 1914—'15), en is hij aan den ochtendhemel weer te voorschijn gekomen, toen deze voorbij was. Wij vinden dus:

Ook Mars blijft altijd dicht bij de ekliptika, waar hij beurtelings vooruit- en terugloopt. Telkens na ruim 2 jaren komt een tijdperk van ongeveer 3 maanden, waarin hij 20° terugloopt; tusschen twee zulke teruggangen loopt hij nagenoeg twee jaren rechtuit, waarbij hij de geheele ekliptika en nog een stuk er bij doorloopt. Meestal is hij een matig heldere ster; alleen gedurende het teruggloopen wordt hij zeer helder. Elke volgende teruggang vindt op een grootere lengte plaats; na 7 zulke perioden, die 15 jaar duren en waarin Mars 8 keer de ekliptika doorloopt, komt de teruggang weer op ongeveer dezelfde plaats.

Bij al deze planeten vinden wij dus als gemeenschappelijke regels voor haar beweging:

1ste. Beurtelings loopen zij gedurende een korteren tijd een eindje terug en gedurende een langeren tijd een grooter stuk vooruit.

2de. Het teruggloopen valt bij allen juist in den tijd van beste zichtbaarheid. Dit is de tijd dat de hemelstreek, waar de planeet zich bevindt, den geheelen nacht boven den horizon staat, dus tegenover de zon staat. Een hemellicht, dat precies tegenover de zon staat, dus 180° in lengte met de zon verschilt, heet in oppositie tot de zon te staan. Verschilt de lengte 0°, dan is het in konjunktie met de zon.

Wij schrijven bij de lengten van Saturnus die van de zon er bij:

8 Sept.	1ste waarneming	l pl = 104°	L zon = 165°	l—L	= — 61 °
29 Okt.	begin terugloopen	„ 106	„ 205	„	— 99
2 Jan.	midden „	„ 103	„ 282	„	—179 = + 181
6 Maart	einde „	„ 99	„ 345	„	+ 114
28 April	laatste waarneming	„ 102	„ 37	„	+ 65

Terwijl de planeet terugloopt, doorloopt de zon juist het tegenoverliggende deel van de ekliptika, van 205° tot 345°, en het midden van het terugloopen valt ongeveer samen met de oppositie (lengteverschil 180°). Dit tijdstip van oppositie is voor later van veel belang. Om het af te leiden, kunnen wij op de grafische voorstelling fig. 55 de plaatsen van het punt, dat tegenover de zon ligt, door een stippellijn aangeven; waar deze de lijn van de planeet snijdt, ligt de oppositie. Ook kunnen wij dit tijdstip uit de omliggende waarnemingen berekenen; zoo vinden wij (met behulp van de lijst § 36):

30 Dec.	l Sat.	103°,8	L zon 279°,1	l—L =	175°,3
5 Jan.	„	102°,9	„ 284°,6	„	181°,7

Tusschen deze beide waarnemingen is het lengteverschil 180° geweest. Daar 180 het verschil tusschen 175,3 en 181,7 in de verhouding 47 : 17 verdeelt, ligt het tijdstip van oppositie ¼ × 6 dagen = 2 dagen vóór 5 Januari. Dus:

3 Januari l Sat. 103° L zon 283° l—L = 180° oppositie.

Evenzoo bij Jupiter:

6 Sept. 1915	l = 355°,5	L = 163°,1	L —l =	167°,6
29 „ „	„ 351°,5	„ 185°,7	„	194°,2, dus
17 „ „	„ 354°	„ 174°	„	180° oppositie

en in het volgend jaar:

19 Sept. 1916	l = 33°,8	L = 176°,5	L — l =	142°,7
28 Okt. „	„ 29 ,1	„ 215 ,2	„	186 ,1 dus
23 „ „	„ 30	„ 210	„	180° oppositie

Bij Mars op dezelfde wijze:

7 Febr. 1916	l = 140°,7	L = 317°,8	L — l =	177°,1
20 „ „	„ 135°,6	„ 330°,8	„	195°,2 dus
9 „ „	„ 140°	„ 320°	„	180° oppositie

Wij zien in al deze gevallen, dat de oppositie juist in het midden van den teruggang ligt. Evenzoo valt de konjunktie, als zon en planeet elkaar passeeren, midden in het rechtloopende deel van de baan.

Latere opposities: Saturnus 1917 Jan. 18 (118°), 1918 Jan. 31 (132°), ... 1929 Juni 18 (267°), 1930 Juli 1 (279°); Jupiter 1917 Nov. 29 (66°), 1919 Jan. 2 (101°), ... 1928 Okt. 29 (36°), 1929 Dec. 3 (71°); Mars 1918 Mrt. 15 (174°), ... 1928 Dec. 21 (89°).

Het heen- en terugloopen der planeten hangt ten nauwste met haar stand t.o.v. de zon samen. Wanneer de zon het deel van de ekliptika doorloopt, dat tegenover de planeet ligt, dan loopt deze terug. De oppositie met de zon valt juist samen met het midden van de teruggloopende beweging, de konjunktie met de zon juist met het midden van de rechtloopende beweging. Daarom volgen de teruggangen van Saturnus elkaar na 1 jaar 14 dagen op, want elke volgende oppositie vindt op 14° grooter lengte plaats; bij Jupiter evenzoo na 1 jaar 33 dagen. In 29 jaren, waarin Saturnus bijna de geheele ekliptika doorloopt, wordt hij 28 keer door de zon ingehaald en vinden dus 28 opposities en 28 teruggangen, telkens na $1^1/_{28}$ jaar plaats. Evenzoo wordt Jupiter in de 12 jaren, waarin hij den hemel rondloopt, 11 keer door de zon ingehaald, dus heeft hij daarin 11 opposities en 11 teruggangen, die telkens na $1^1/_{11}$ jaar 33° verder plaats vinden.

§ 34. Bij zon en maan was de regelmatig voortloopende beweging langs de ekliptika te verklaren als een werkelijke gelijkmatige cirkelbeweging om ons heen. Bij de planeten moet de beweging ingewikkelder zijn. Uit de grootere helderheid van Mars gedurende het terugloopen blijkt, dat de planeet dan dichter bij ons is, dan wanneer hij rechtuit loopt. Dus komt hij vóór het terugloopen naar ons toe en gaat na het terugloopen weer van ons af. De beweging *a b c d e f g*, die wij als heen- en weergang zien, moet dus in werkelijkheid plaats vinden als in de lijn A B C D E F G; de planeet beweegt zich t.o.v. ons i n e e n l u s v o r m i g e b a a n.

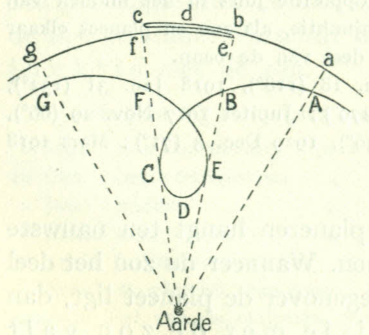

Fig. 57.

De baan van Mars in 1915—'16 vertoonde zich ook als een platte lus; ligt in nevenstaande figuur de aarde niet juist in het vlak van de lus, maar iets onder dit vlak zoodat wij schuin van onderen tegen die lus aankijken, dan moet zij zich ook platgedrukt vertoonen, juist als de waarnemingen toonden. Zulk een lusbaan ontstaat door s a m e n s t e l l i n g v a n t w e e c i r k e l b e w e g i n g e n (zie Fig. 58).

Volgens d e e p i c y k e l t h e o r i e, die in de oudheid door H i p p a r c h u s en P t o l e m a e u s ontwikkeld is, loopt

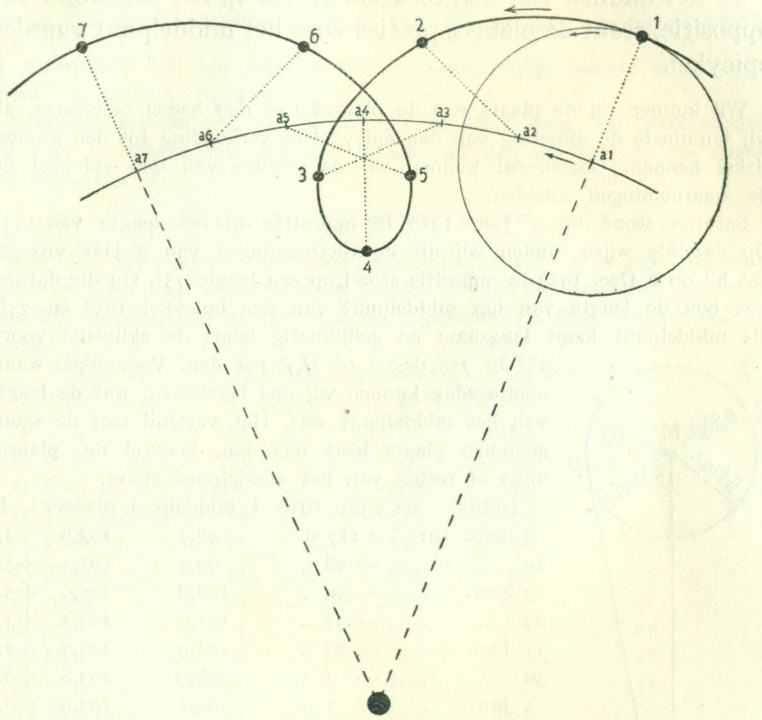

Fig. 58.

elk dezer planeten in een cirkel (epicykel), waarvan het middelpunt langs een grooteren cirkel om de aarde loopt.

Bij Saturnus doorloopt dit middelpunt in 29½ jaar, bij Jupiter in 12 jaar den geheelen grooten cirkel. Om dit middelpunt loopt de planeet zelf in de planetenperiode, dus den tijd tusschen twee opeenvolgende opposities. Dus komt Saturnus telkens na $1^1/_{28}$, Jupiter na $1^1/_{11}$ jaar op het binnenste punt van den epicykel terug : Mars is in 7 perioden = 15 jaar 8 keer den geheelen hemel omgeloopen, dus is zijn periode $2^1/_7$ jaar, zijn omloopstijd $^{15}/_8$ jaar.

In het midden van den teruggang, dus op het oogenblik van oppositie, staat de planeet precies voor het middelpunt van den epicykel.

Wij kunnen nu de plaats van de planeet aan den hemel berekenen, als wij tenminste de afmeting van den epicykel in verhouding tot den grooten cirkel kennen. Omgekeerd kunnen wij de grootte van den epicykel uit de waarnemingen afleiden.

Saturnus stond op 3 Jan. 1916 in oppositie op een lengte van 103°. Op dezelfde wijze vinden wij uit de waarnemingen van 2 jaar vroeger, dat hij op 6 Dec. 1913 in oppositie stond op een lengte 75°. Op die datums was ook de lengte van het middelpunt van den epicykel 103° en 75°; dit middelpunt loopt langzaam en gelijkmatig langs de ekliptika voort, 28° in 758 dagen of $^1/_{27}$° per dag. Voor elken waarnemingsdag kunnen wij dus berekenen, wat de lengte van het middelpunt was. Het verschil met de waargenomen plaats leert ons dan, hoeveel de planeet links of rechts van het middelpunt stond.

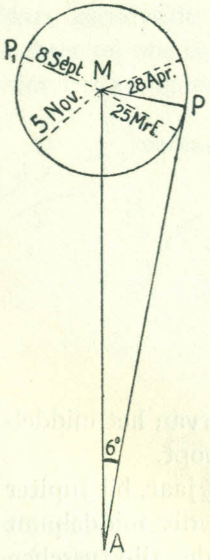

Fig. 59.

Datum			na 3 Jan. 1916	l_0 middelp.	l planeet	$l - l_0$
8	Sept.	1915	—117 d.	98,7	103,6	+4,9
29	,,	,,	— 96 ,,	99,4	105,1	+5,7
5	Nov.	,,	— 59 ,,	100,8	106,0	+5,2
27	,,	,,	— 37 ,,	101,6	105,5	+3,9
11	Dec.	,,	— 23 ,,	101,9	104,7	+2,8
30	,,	,,	— 4 ,,	102,9	103,8	+0,9
5	Jan.	,,	+ 2 ,,	103,1	102,9	—0,2
11	,,	,,	+ 8 ,,	103,3	102,2	—1,1
22	,,	,,	+ 19 ,,	103,7	101,3	—2,4
7	Febr.	,,	+ 35 ,,	104,3	100,1	—4,2
20	,,	,,	+ 48 ,,	104,8	99,2	—5,6
26	,,	,,	+ 54 ,,	105,0	99,1	—5,9
25	Maart	,,	+ 82 ,,	106,0	99,4	—6,6
30	,,	,,	+ 87 ,,	106,2	100,2	—6,0
23	April	,,	+111 ,,	107,1	101,4	—5,7
28	,,	,,	+116 ,,	107,3	102,0	—5,3

Uit de getallen van de laatste kolom zien wij, hoe de planeet links en

rechts van het langzaam voortloopende epicykelmiddelpunt heen en weer slingert; de grootste afstand is ruim 6°. Dit beteekent, dat de straal van den epicykel, van uit de aarde gezien, onder een hoek van ruim 6° verschijnt. Dan is (Fig. 59) MP = MA sin 6°. Daar $\frac{MP}{MA}$ de straal van den epicykel is in verhouding tot den afstand tot de aarde, volgt hieruit voor dezen straal r = sin 6° = $^1/_9$ ongeveer.

Hetzelfde kunnen wij ook bij Jupiter en Mars doen. Bij Mars vinden wij voor de lengte van het middelpunt van den epicykel op de dagen der opposities

1914 5 Jan. 105° en 1916 9 Febr. 140°.

Dus in 765 dagen heeft het middelpunt 360+35 = 395° afgelegd, dus 0°,516 per dag. Berekenen we hieruit, evenals bij Saturnus, de plaats van het middelpunt op alle waarnemingsdagen en den afstand tot de planeet

Datum			na 9 Febr.	l_0 middelp.	l planeet	$l - l_0$
8	Sept.	1915	— 154 dagen	60°	103	+ 43°
29	,,	,,	— 133 ,,	71	116	+ 45
16	Nov.	,,	— 85 ,,	96	139	+ 43
11	Dec.	,,	— 60 ,,	109	147	+ 38
11	Jan.	1916	— 29 ,,	125	149	+ 24
20	Febr.	,,	+ 11 ,,	146	136	— 10
25	Maart	,,	+ 45 ,,	163	130	— 33
23	April	,,	+ 74 ,,	178	136	— 42
28	,,	,,	+ 79 ,,	181	138	— 43
17	Mei	,,	+ 98 ,,	191	144	— 47
25	,,	,,	+ 106 ,,	195	148	— 47
3	Juni	,,	+ 114 ,,	199	154	— 45

Hier vinden wij, dat de planeet zich tot ongeveer 45°—47° zijdelings van het epicykelmiddelpunt verwijdert. Dan moet de straal van den epicykel MP = MA sin 45° = 0,71 MA zijn. Deze grootste uitwijking moet bereikt worden, wanneer de planeet op den epicykel den boog QP (Fig. 60) heeft afgelegd, dus $^1/_8$ epicykelomloop vóór en na de oppositie, d.i. 95 dagen, wat met de waarnemingen ook ongeveer uitkomt. Wij hadden deze verhouding ook uit andere waarnemingen kunnen vinden. B.v. op 11 Dec., 60 d. vóór de oppositie, was $\angle$ PMA = $\frac{60}{765} \times 360 = 28°$, en $\angle$ MAP = 38°. Dan is $\frac{MP}{MA} = \frac{\sin 38°}{\sin 66°} = \frac{0{,}616}{0{,}913} = 0{,}67$. Evenzoo op 17 Mei 1916 $\angle$ PMA $= \frac{98}{765} \times 360 = 46°$, en $\angle$ MAP $= 47°$, $\frac{MP}{MA} = \frac{\sin 47°}{\sin 93°} = \frac{0{,}731}{0{,}999} = 0{,}73$.

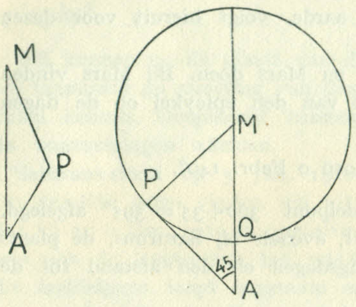

Fig. 60.

Men vindt voor den epicykel van Mars niet steeds hetzelfde getal. Later zullen wij die verschillen nader beschouwen. Hier is het voldoende te weten, dat zijn straal omstreeks ²/₃ van den straal van den grooten cirkel is.

Bij Saturnus is de epicykel 9 maal, bij Jupiter 5 maal, bij Mars 1½ maal kleiner dan de cirkel, waarop het middelpunt loopt.

§ 35. V e n u s, de schitterendste van alle sterren, vertoont zich somtijds als avondster, soms als morgenster. Als zij als avondster voor het eerst verschijnt, is zij maar kort na zonsondergang in de schemering zichtbaar; langzamerhand blijft zij langer na de zon op en wordt steeds schitterender. Dit duurt vele maanden, en dan zinkt zij weer vrij snel in de schemering weg en verdwijnt. Spoedig daarop wordt zij als morgenster vóór zonsopgang zichtbaar, en blijft dit een half jaar, waarna zij ook als morgenster steeds dichter bij de zon terugkeert en verdwijnt. Deze afwisseling herhaalt zich telkens in e e n p e r i o d e v a n 1 9 m a a n d e n; d a a r i n s l i n g e r t V e n u s b e u r t e l i n g s l i n k s (O o s t e l i j k) e n r e c h t s (W e s t e l i j k) v a n d e z o n.

In de nabijheid van de zon is Venus niet zichtbaar; eerst als zij 30° van de zon verwijderd is, wordt het mogelijk haar plaats tusschen de sterren waar te nemen. In den herfst, als de ekliptika vlak ligt, is dit nog moeilijker, in het voorjaar is het gunstiger.

Waarnemingen zijn praktisch in grooten getale alleen te doen als zij avondster is; dit komt dus niet in ieder jaar voor.

Waarnemingen van Venus 1915—'16.

27 Nov. werd zij voor 't eerst gezien 's avonds.

22 Jan.	l = 334°	b = — 2°	L. zon = 300,7	Elongatie + 33°
10 Febr.	357,5	+ 0,5	320,1	+ 37,4
13 ,,	359,5	+ 0	323,1	+ 36,4
14 ,,	0,8	+ 0	324,1	+ 36,7
22 ,,	11,5	+ 0,2	332,3	+ 39,2
8 Maart	28,8	+ 1,2	347,3	+ 41,5
1 April	56,1	+ 2,6	11,0	+ 45,1
3 ,,	57,8	+ 2,4	12,9	+ 44,9
9 ,,	64,3	+ 3,3	18,7	+ 45,6
23 ,,	78,9	+ 3,2	32,4	+ 46,5
26 ,,	81,8	+ 3,0	35,3	+ 46,5
29 ,,	84,8	+ 3,4	38,2	+ 46,6
11 Mei	94,2	+ 4,0	49,8	+ 44,4
17 ,,	99,2	+ 3,5	55,6	+ 43,6
23 ,,	102,0	+ 2,4	61,9	+ 40,1
3 Juni	107,6	+ 1,9	72,0	+ 35,6
8—9 Aug.	96	— 5	137	— 41
6 Sept.	118	— 3	164	— 46

Uit deze waarnemingen blijkt, dat de planeet van November tot April zich steeds verder oostelijk van de zon verwijderde en in April de grootste elongatie van 46½° bereikte. Daarna nam deze snel af; na 3 Juni kon de planeet 's avonds niet meer worden waargenomen. Omstreeks begin Juli, terwijl ze aan den hemel terugliep, liep de zon haar voorbij; op 9 Aug. werd ze in de morgenschemering gezien; van September tot Januari was ze als morgenster zichtbaar. Uit vergelijking met vroegere waarnemingen blijkt, dat ze in Sept. 1915 dezelfde lengte als de zon had en avondster werd.

De verklaring van deze verschijnselen is zeer eenvoudig. V e n u s b e w e e g t z i c h i n e e n c i r k e l o m d e z o n. (Fig. 61). Staat zij achter de zon (bovenste konjunktie), dan beweegt zij zich naar links, bereikt in 7 maanden de grootste elongatie als avondster, staat 2½ maand later tusschen zon en aarde (benedenste konjunktie) en keert na 19 maanden tot den eersten stand terug.

Uit de grootste elongatie is de straal van de Venusbaan te vinden; $\frac{r}{R} = \sin 46°,5 = 0,70$. Tevens volgt daaruit, dat de tijd van grootste elongatie tot onderste konjunktie ongeveer $1/4$ van de halve periode is.

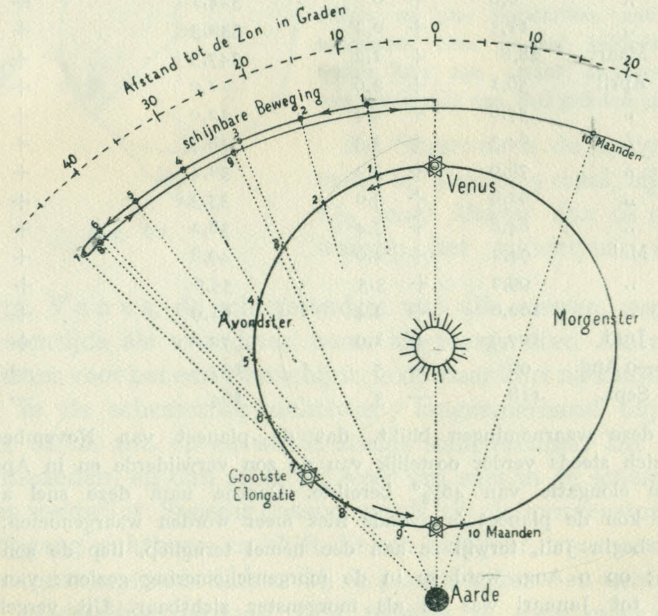

Fig. 61.

Vandaar het langzame verschijnen en het snelle verdwijnen als avondster, en het omgekeerde aan den ochtendhemel. De zon doorloopt in die 19 maanden $1\frac{1}{2}$ maal de ekliptika en neemt daarbij de Venusbaan mee. Aan den hemel loopt Venus t.o.v. de zon soms vooruit, dus sneller, soms t.o.v. de zon terug, d.i. langzamer dan de zon vooruit; en in de omgeving van de benedenste konjunktie wordt de beweging t.o.v. de sterren zelfs t e r u g l o o p e n d. Aan den hemel vertoont dus de

Venusbaan hetzelfde karakter als de banen der andere planeten. Zij verschilt daarin, dat het midden van het terugloopen evenals van het rechtloopen onzichtbaar is.

De periode, die hier 19 maanden heet, precieser nog 584 dagen, is op weinig na $\frac{8}{5}$ jaar ($\frac{8}{5} \times 365^1/_4 = 584\frac{2}{5}$). Telkens na 8 jaren (waarin 5 Venusperioden vallen) komen de verschijnselen van Venus op nagenoeg denzelfden datum terug.

De planeet is avondster Sept. 1915—Juli '16, April'17—Febr.'18, Nov. '18—Sept. '19. Juli '20—Apr. '21, Febr. '22—Nov. '22, Sept. '23—Juli '24, en dan telkens 8 jaren later dan deze tijden.

§ 36. M e r c u r i u s, de vijfde van de vanouds bekende planeten, is maar zelden zichtbaar. Evenals Venus slingert hij links en rechts van de zon heen en weer, wordt dus beurtelings avondster en morgenster, in een periode van 116 dagen. Hij verwijdert zich echter maar ruim 20° van de zon (tusschen 28° en 18°), is dus alleen nu en dan even in de schemering als schitterend sterretje zichtbaar. Hij beweegt zich ook in een kring om de zon, die veel kleiner is dan de Venuskring, ongeveer 0,4 keer de afstand aarde—zon.

Als avondster is Mercurius alleen in het voorjaar, als morgenster in den herfst goed zichtbaar. Verklaar waarom.

Om Mercurius te zien te krijgen, kan men gebruik maken van de volgende datums, waarop hij in het voorjaar in grootste Oostelijke elongatie (als avondster) en in het najaar in grootste Westelijke elongatie (als morgenster) staat.

1929	22 Januari (O.E.)	23 Oktober (W.E.)
1930	27 April ,,	7 Oktober ,,

Hieruit kan men met de periode 116 d. verdere tijdstippen afleiden.

12. HET WERELDSTELSEL VAN COPERNICUS.

§ 37. Wij hebben een *samenhang tusschen de beweging van de planeten en den stand* t.o.v. *de zon* gevonden, nl.: het midden van het terugloopen valt samen met de oppositie tot de zon, het midden van den recht doorloopen weg valt samen met de konjunktie met de zon.

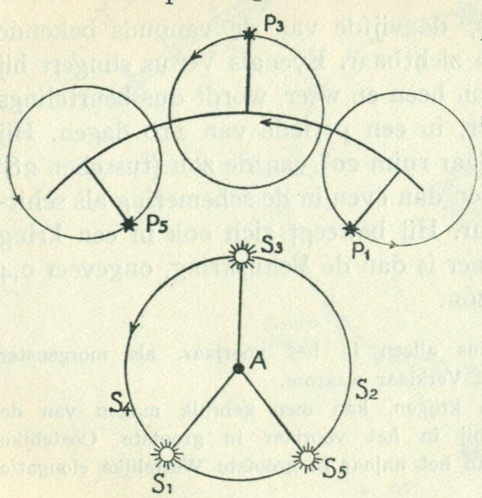

Fig. 62.

Of, als wij de epicykelbaan beschouwen: staat de planeet tusschen de aarde en het epicykelmiddelpunt, dan staan zij tegenover de zon; staat de planeet achter het epicykelmiddelpunt, dan staat zij ook juist in dezelfde richting met, dus achter de zon. (Zie Fig. 62.)

Dit beteekent, dat de voerstraal van de aarde naar de zon AS, en de straal van den epicykel van het middelpunt naar de planeet zoowel in oppositie als in konjunktie dezelfde richting hebben. Beide cirkels worden gelijkmatig doorloopen. Dan volgt daaruit, *dat de voerstralen aarde—zon en epicykelmiddelpunt—planeet altijd dezelfde richting hebben.*

Gerekend in de ruimte loopt de planeet in haar epicykel precies in een jaar eenmaal rond.

Wanneer wij nu mogen aannemen, dat de cirkel van de zon even groot is als de epicykel van de planeet, dan is ook $S_1P_1 = S_3P_3 = S_5P_5$ enz.

Kan dat? Wij vonden bij Saturnus voor den straal van den epicykel, uitgedrukt in den straal van den leidcirkel $r = {}^1/_9$ R, bij Jupiter $r = {}^1/_5$ R, bij Mars $r = {}^2/_3$ R. Nemen wij aan, dat:

de groote cirkel R van Saturnus = 9 × de cirkel van de zon
„ „ „ „ „ Jupiter = 5 × „ „ „ „
„ „ „ „ „ Mars = 1½ × „ „ „ „

dan is bij alle de epicykel even groot als de baan van de zon.

Dus is altijd MP gelijk aan en evenwijdig met AZ. Dan is ook PZ gelijk aan en evenwijdig met AM. Dus *de planeet beschrijft om de zon dezelfde baan, die het epicykelmiddelpunt om de aarde beschrijft.*

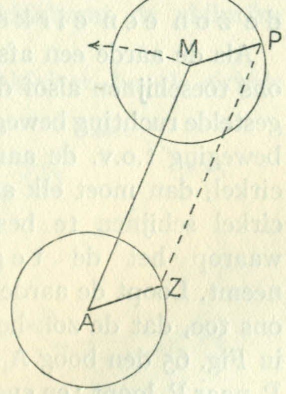

Fig. 63.

Bij deze onderstelling moeten dus Saturnus, Jupiter en Mars ook cirkels om de zon beschrijven, evenals Mercurius en Venus; met dit verschil, dat de cirkels bij dat drietal grooter zijn dan de baan van de zon, en bij de twee andere kleiner.

Voor Venus en Mercurius kunnen wij ook de beweging van den voerstraal in de ruimte opmaken. Het middelpunt van hun epicykel M is de zon, die in een jaar rondloopt. In 8 jaar komt de voerstraal MP van Venus 5 keer in het binnenste en het buitenste punt terug, terwijl MA 8 keer ronddraait. Dan is MP, wat haar richting in de ruimte betreft, 13 keer rondgedraaid. Dus de lijn Zon—Venus draait in 8 jaren 13 keer rond, of eens in $^8/_{13}$ jaar = 225 dagen. Evenzoo vindt men bij Mercurius de draaiing van MP per dag $\frac{1}{116} + \frac{1}{365} = \frac{1}{88}$, dus na 88 dagen komt de lijn Zon—Mercurius weer in dezelfde richting terug.

Wij hebben nu bij alle planeten gevonden, dat zij behalve haar baan om de zon nog een cirkel beschrijven, even groot als de zonnecirkel, waarin zij alle op dezelfde plaats staan als de zon in haar cirkel. Kan deze gemeenschappelijke beweging, die zij alle hebben, niet eenvoudig een schijn zijn en een weerspiegeling van een beweging, die wij met de aarde hebben, en die wij slechts daarom aan alle toeschrijven, omdat wij als vanzelfsprekend aannamen, dat de aarde in rust is?

§ 38. Copernicus nam nu ter vereenvoudiging van het wereldstelsel aan, dat niet de zon om de aarde, maar de aarde om de zon een cirkel beschrijft.

Als de aarde een afstand in zekere richting aflegt, moet het ons toeschijnen alsof de andere voorwerpen evenveel in tegengestelde ruchting bewegen. Want wij kunnen alleen hun relatieve beweging t.o.v. de aarde waarnemen. Beschrijft de aarde een cirkel, dan moet elk ander voorwerp een even grooten cirkel schijnen te beschrijven in gelijke richting, waarop het de tegenovergestelde plaats inneemt. Loopt de aarde in Fig. 64 het boogje *ab*, dan schijnt het ons toe, dat de zon het boogje AB doorloopt. Loopt de aarde in Fig. 65 den boog A_1A_2, dan schijnt het ons toe, dat het punt P_1 naar P_2 loopt; en evenzoo verder, door P_3 en P_4, naar P_1 terug. Hetzelfde blijft gelden als het punt P, de planeet, ondertusschen in een eigen baan voortloopt. Dus moet elke planeet zulk een cirkel schijnen te beschrijven. De epicykels der planeten Mars, Jupiter en Saturnus zijn schijnbewegingen, spiegelbeelden van de werkelijke cirkelbaan der aarde. Hun werkelijke banen

zijn alleen maar hun cirkels om de zon, waarin zij in denzelfden

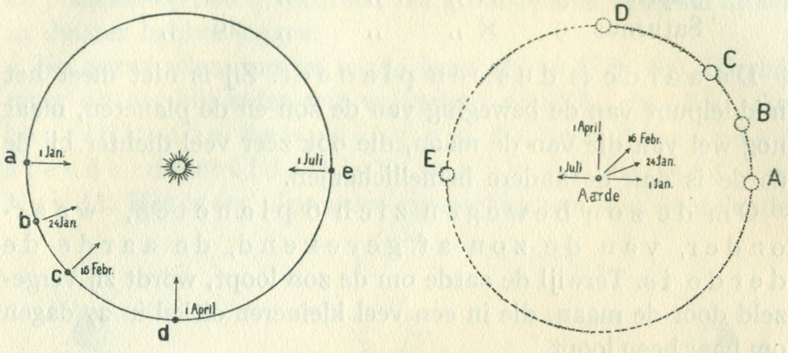

Fig. 64.

tijd rondloopen als wij het epicykelmiddelpunt de ekliptika zien doorloopen.

De cirkel van de aarde om de zon is kleiner dan de cirkels

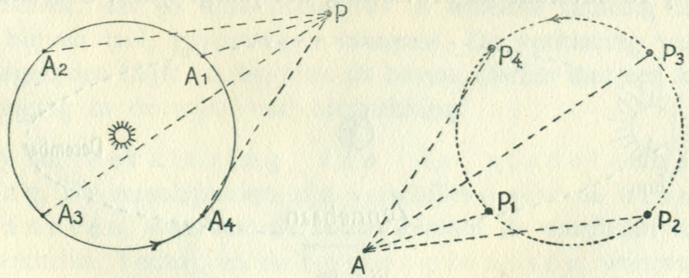

Fig. 65.

van Saturnus, Jupiter en Mars, maar grooter dan de cirkels van Mercurius en Venus. Ze volgen dus op elkaar in deze volgorde:

Mercurius	0,37 ×	de aardbaan	in	88 dagen
Venus	0,7 ×	,, ,,	,,	225 ,,

De aarde	1	× de aardbaan	in	365	dagen
Mars	1½	× ,,	,,	,,	687	,,
Jupiter	5	× ,,	,,	,,	12	jaren
Saturnus	9	× ,,	,,	,,	29	,,

De aarde is dus een planeet. Zij is niet meer het middelpunt van de beweging van de zon en de planeten, maar nog wel van die van de maan, die ook zeer veel dichter bij de aarde is dan de andere hemellichamen.

Om de zon bewegen zich 6 planeten, waaronder, van de zon af gerekend, de aarde de derde is. Terwijl de aarde om de zon loopt, wordt zij vergezeld door de maan, die in een veel kleineren cirkel in 27 dagen om haar heen loopt.

Wij moeten nu de reeds bekende verschijnselen van uit deze nieuwe wereldopvatting verklaren.

§ 39. Verklaring van de jaargetijden. Volgens § 10 ontstaat de afwisseling der jaargetijden, doordat de

Fig. 66.

jaarlijksche baan van de zon, de ekliptika, een hoek van 23½° met den aequator maakt. Of ook, doordat de aardas een hoek van 66½° met het vak van de ekliptika maakt, dat wij nu als grondvlak gaan aannemen. Deze uitkomst wordt in Fig. 66 voorgesteld. De Junizon verlicht de Noordpool, en van de

parallelcirkels op het N. halfrond ligt meer dan de helft in het verlichte deel; de Decemberzon verlicht de Zuidpool, waarbij de plaatsen op het N. halfrond het grootste deel van haar cirkel in duister hebben liggen.

Nu verwisselen zon en aarde haar plaats (Fig. 67). Hierbij moet nu als bijzonder feit vastgelegd worden, dat bij de jaarlijksche beweging om de zon de aardas steeds dezelfde richting in de ruimte behoudt. Het is een algemeene eigenschap van snel wentelende

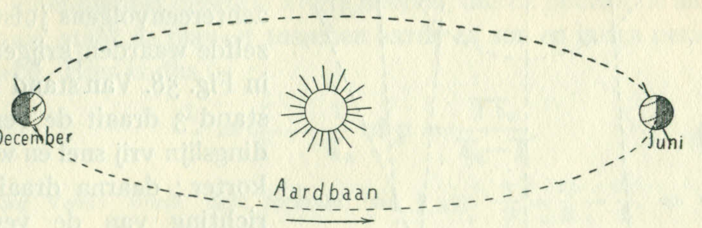

Fig. 67.

lichamen, dat de omwentelingsas in dezelfde richting tracht te blijven (tol, gyrostatisch kompas). De verklaring van de jaargetijden blijft nu dezelfde als boven, slechts met een kleine wijziging in de wijze van uitdrukking.

§ 40. Verklaring van de planetenbeweging. De verschijnselen zijn verschillend voor de binnenplaneten, waarvan de banen binnen de aardbaan liggen (Mercurius, Venus), en de buitenplaneten, waarvan de banen buiten de aardbaan liggen (Mars, Jupiter, Saturnus). De eerste kunnen zich nooit verder dan een bepaalden afstand (minder dan 90°) van de zon verwijderen; de laatste kunnen ook tegenover de zon staan.

Wat wij te voren aan de planeten als epicykelbeweging toeschreven, is nu een beweging van de aarde. De schijnbare en de relatieve (lus)beweging van de planeet t.o.v. de aarde, blijft nu ook samengesteld uit 2 cirkelbewegingen, maar nu behoort de een tot de aarde, de ander tot de planeet. Als de aarde den cirkel A (Fig.68) doorloopt en de planeet den boog van 1 tot 5, zal de lengte en de richting van de verbindingslijn achtereenvolgens juist dezelfde waarden krijgen als in Fig. 58. Van stand 1 tot stand 3 draait de verbindingslijn vrij snel en wordt korter; daarna draait de richting van de verbindingslijn terug, van stand 3 tot stand 5. Wij zien dan de planeet terugloopen aan den hemel, en het blijkt hier, dat dit komt omdat de aarde sneller loopt dan de planeet; de aarde loopt de planeet voorbij en laat haar achter zich. In het midden van dit terugloopen, in stand 4, vindt de oppositie plaats, als de afstand zoo klein mogelijk is.

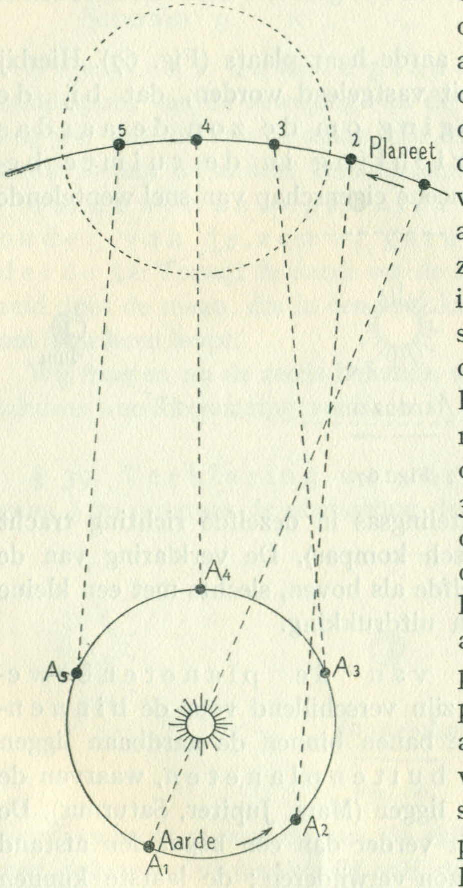

Fig. 68.

Een oppositie vindt telkens plaats, als de aarde de planeet opnieuw inhaalt, d.w.z. dezelfde lengte heeft. De periode, waarin telkens oppositie

en teruggang zich herhalen, vinden wij dus uit de omloopstijden T_0 (aarde) en T (planeet):

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \text{ of ook } p = T_0 \frac{T}{T - T_0}.$$

De planetenperiode heet ook s y n o d i s c h e o m l o o p s t i j d.

Bij de binnenplaneten verandert aan de vroegere verklaring niet veel. In plaats dat de zon met den planetencirkel om ons loopt, loopen wij om den planetencirkel heen. Telkens als aarde en binnenplaneet dezelfde lengte hebben, dus de planeet de aarde inhaalt, staat de planeet tusschen aarde en zon en is een periode voorbij. Hier is dus:

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \text{ of } p = \frac{T T_0}{T_0 - T}.$$

Voor Venus wordt deze formule (zie § 35): $\frac{5}{8} = \frac{13}{8} - \frac{8}{8}$, en voor Mercurius $\frac{1}{116} = \frac{1}{88} - \frac{1}{365}$.

§ 41. D e h e l l i n g e n d e r p l a n e t e n. Wij hebben tot nog toe niet op de breedte van de planeten gelet, maar alleen haar beweging in lengte onderzocht, even alsof ze in de ekliptika liepen. Wij kunnen de afwijkingen van de ekliptika verklaren door aan te nemen, dat d e b a n e n, waarin de planeten om de zon loopen, e e n i g s z i n s h e l l e n t e n o p z i c h t e v a n d e e k l i p t i k a.

Voor Jupiter en Saturnus, die wij steeds in nagenoeg dezelfde richting zien als zij van uit de zon verschijnen, is dit het eenvoudigst. J u p i t e r stond in 1915, 1916 en 1917 ruim 1° ten Z. van de ekliptika; in vorige opposities was dit bedrag minder; en vóór 1913, toen Jupiter zich in den Schutter bevond, stond hij ten N. van de ekliptika. De dalende knoop van de Jupiterbaan moet dus in de buurt van den Schutter liggen, terwijl de helling t.o.v. de ekliptika omstreeks 1° is. S a t u r n u s stond in die jaren ook ten Z. van de ekliptika; het bedrag, dat in 1915—'16 ongeveer 0°,5 was, was in vroegere jaren heel wat grooter, tot ruim 2° ; het volgende jaar bereikte Saturnus in den Kreeft den klimmenden knoop, terwijl de helling ruim 2° is.

M a r s had gedurende de geheele periode van de waarnemingen 1915—'16 een N. breedte, die zelfs tot bijna 5° ging. Is de helling van zijn baan dus omstreeks 5° ? Neen, want de helling van de baan is de grootste breedte, die Mars, van uit de zon gezien, heeft; is de aarde dichter bij Mars, dan schijnt zijn breedte van hieruit veel grooter. Uit Fig. 69, waar Mars (M) boven het vlak AZ van de ekliptika is geteekend, blijkt:

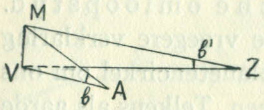

Fig. 69.

$$MV = AM \sin b = ZM \sin b', \text{ dus:}$$

$$\sin b' = \frac{AM}{ZM} \sin b.$$

Of, daar het hier kleine hoeken geldt:

$$b' = b \times \frac{AM}{ZM}.$$

De schijnbare breedte wordt dus vermenigvuldigd met de verhouding van de afstanden van Mars tot aarde en zon, om de ware breedte (van uit de zon gezien) b' te krijgen.

De verhouding der afstanden vinden wij uit driehoek aarde—zon—planeet (fig. 70) : $\frac{AP}{ZP} = \frac{\sin \angle Z}{\sin \angle A}$. Voeren wij de berekening voor enkele datums uit. Wij nemen daartoe eenige waarnemingen uit § 34; de richting ZP (lengte l_0), de lengte van Mars van uit de zon gezien, is hetzelfde als wat daar lengte van het middelpunt van den epicykel heette; de tweede kolom bevat L, de lengte van de zon; de derde kolom $\angle Z = l_0 - (180 - L)$. De vierde kolom, $\angle A$, wordt gevonden uit de vorige en $\angle P$, die in § 34 in de laatste kolom staat, daar $\angle A = 180 - P - Z$.

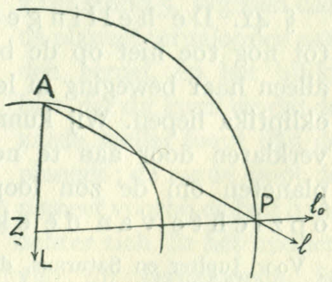

Fig. 70.

	l_0	L	Z	A	sin Z	sin A	b	b'
8 Sept.	60°	165°	75°	61°	0,97	0,87	+ 0°,5	+ 0°,6
20 Febr.	146	331	5	165	0,09	0,26	+ 4 ,3	+ 1°,5
28 April	181	38	37	100	0,60	0,98	+ 2 ,0	+ 1 ,2

Hier blijkt de grootste breedte, van uit de zon gezien, niet meer dan 1°,6 te zijn. De klimmende knoop moet, naar deze getallen, op ongeveer 40° lengte liggen (lengte van Mars van uit de zon gezien), en de dalende knoop op 220°. Daaruit volgt, dat na deze nog eenige opposities met Noordelijke breedte komen.

Bij de V e n u s-waarnemingen moet men nog veel meer op het onderscheid tusschen de richting, waarin wij Venus zien, en de richting van uit de zon letten. Uit de lijst van waarnemingen in § 35 leiden wij af (als t.m. de eerste waarneming niet te onnauwkeurig was), dat Venus omstreeks begin of midden Februari een breedte 0 had, daarna steeds Noordelijk bleef en tusschen 3 Juni en 8 Aug. weer door de ekliptika ging. Nu loopt Venus in 225 dagen om de zon, dus van den eenen knoop tot den volgenden heeft zij een halven omloop of 113 dagen noodig. Ging zij dus 14 Febr. door den klimmenden knoop, dan moest zij 113 dagen later, of 6 Juni door den dalenden knoop gaan — mogelijk is het ook wat later geweest. Welke lengte had Venus toen, van uit de zon gezien? Wij nemen als dag van onderste konjunktie 4 Juli aan (uit 3 Juni en 8 Aug., door aan te nemen, dat tusschen die datums de elongatie eenparig veranderde); toen was dus de lengte van Venus L + 180° = 102° + 180° = 282°. Hieruit vindt men voor de lengte op 6 Juni 45° minder, dus 237°. De dalende knoop heeft dus een lengte van omstreeks 240°, de klimmende knoop van omstreeks 60°. Wij herleiden ook eenige waargenomen breedten, evenals bij Mars. Den hoek Z vindt men, doordat wij weten, dat deze op 4 Juli 0° was en in 584 dagen 360° verandert. De hoek A is de elongatie, die door de waarnemingen gegeven is.

	Z	A	sin Z	sin A	b	$b' = \frac{\sin A}{\sin Z} b$	l_0
8 Maart	73°	41°,5	0,96	0,66	+ 1°,2	+ 1°,7	93°
29 April	41	46,6	0,66	0,73	+ 3 ,4	+ 3 ,1	176°
6 Sept.	42	46	0,67	0,72	— 3	— 2 ,8	31°

Hier blijkt, dat de grootste breedte, van uit de zon gezien, dus de helling van de baan, ruim 3° moet zijn.

§ 42. De strijd, die in de 16de eeuw gevoerd werd over de vraag of Copernicus gelijk had, werd grootendeels beslist door d e o n t d e k k i n g e n, d i e G a l i l e i 1608—1610 m e t d e n t o e n p a s u i t g e v o n d e n v e r r e k i j k e r deed.

Galilei ontdekte: 1. dat op de maan bergen en dalen voorkomen, waaruit blijkt, dat ten minste dit hemellichaam een gelijksoortige natuur met de aarde heeft.

2. dat, terwijl de vaste sterren ondanks de vergrooting felstralende lichtpunten blijven, de planeten tot bleeke schijfjes worden, als het ware kleine maantjes, soms met vlekken er op. Daaruit blijkt, dat zij lichamen in onze buurt zijn.

3. dat Venus schijngestalten vertoont, evenals de maan. Komt Venus als avondster te voorschijn, dan is zij

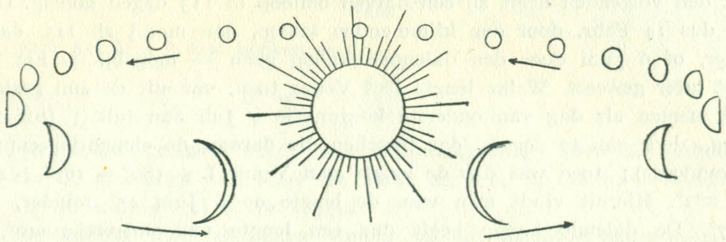

Fig. 71.

een klein rond schijfje. Dit wordt langzamerhand grooter (omdat de planeet dichter bij de aarde komt) en verliest links een randje; komt zij eindelijk in grootste elongatie, dan is zij half geworden (als de maan in eerste kwartier). Daarna wordt zij sikkelvormig, maar de middellijn neemt sterk toe. Daardoor komt het, dat Venus 's avonds kort na grootste elongatie het helderst schittert. Deze sikkel wordt steeds dunner, als de onderste konjunktie nadert. Daarna komen, als zij morgenster is, dezelfde verschijnselen in omgekeerde volgorde.

Deze verschijnselen bewijzen, dat Venus, en ook Mercurius die hetzelfde vertoont, donkere lichamen zijn, die hun licht van de zon krijgen, evenals de aarde en de maan.

4. dat Jupiter 4 manen heeft, die in kleine cirkels om Jupiter

heen loopen en deze planeet in haar twaalfjaarlijkschen omloop begeleiden. Wij zien ze steeds heen en weer gaan, links en rechts van de planeet. Dit bewijst, dat in het rondloopen van de maan om de aarde geen reden ligt om aan de aarde het planetenkarakter te ontzeggen.

Door deze ontdekkingen werd de gelijksoortigheid van de aarde met de andere planeten bevestigd. Een streng bewijs voor de beweging van de aarde in een jaarlijkschen kring om de zon leveren zij echter niet.

§ 43. Bewijzen voor de jaarlijksche beweging van de aarde. De tegenstanders van Copernicus brachten er tegen in, dat, als de aarde bewoog, ook de vaste sterren een jaarlijkschen kring moesten schijnen te doorloopen; daarvan was niets te zien.

Van uit de aarde gezien moet een ster in een andere richting gezien worden, dan van uit de zon. Dit verschil heet de jaarlijksche parallaxe.

Wanneer de aarde in een cirkel om de zon beweegt, moet de richting, waarin de ster gezien wordt, voortdurend veranderen en in een kring om de plaats heen loopen, waar de ster van uit de zon gezien wordt (Fig. 72). De ster schijnt dus jaarlijks een kring te beschrijven, die het spiegelbeeld van de aardbaan is. Die kring is, van hier uit gezien, des te kleiner, naarmate de ster verder verwijderd is. Is Z de plaats van de zon, dan is:

$$\angle A_2SZ = \angle S_0AS_2 = \text{p. Dan is } \frac{A_2Z}{SZ} = \frac{\text{straal aardbaan}}{\text{afstand ster}}$$

$= \text{tg p}$, of voor kleine hoeken:

$$\frac{p^\circ}{57^\circ} = \frac{\text{straal aardbaan}}{\text{afstand ster.}}$$

Ligt de ster in een richting juist $\perp$ ekliptika, dan zien wij haar schijnbare jaarlijksche baan als een cirkel met straal p. Ligt zij in schuine richting, dan zien wij dien cirkel scheef, dus afgeplat, als ellips (Fig. 72). Ligt de ster in de ekliptika, dan zien wij den cirkel als lijn, dus enkel een heen en weer gaande

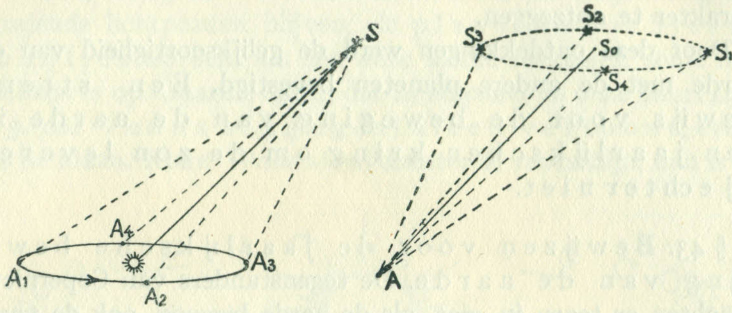

Fig. 72.

beweging. De heen en weer gaande epicykelbeweging der planeten is niets anders dan zulk een parallaxe-beweging, alleen zeer groot, omdat de planeten zoo dichtbij zijn.

Is dus de afstand van een ster tot de zon 57 aardbaanstralen, dan moet zij een parallaxe van 1° vertoonen. Is de afstand 3438 aardbaanstralen, dan is $p = 1'$. Copernicus had het ontbreken van zulk een parallaxe verklaard uit den enormen afstand der vaste sterren. Omdat het *ontdekken van zulk een parallaxe een ontwijfelbaar bewijs voor de beweging van de aarde zou zijn*, werd er in de volgende eeuwen, toen de waarnemingen steeds nauwkeuriger werden, ijverig naar gezocht, maar zonder resultaat.

In 1728 ontdekte echter de Engelsche sterrekundige Bradley een ander verschijnsel, dat wat op parallaxe leek, en alleen uit de beweging van de aarde te verklaren was: de *aberratie*.

Een ster staat in de richting BA, d.w.z. de lichtstralen van de ster loopen in de richting AB (Fig. 73). Beweegt nu de kijker

met de aarde mee, stel een afstand CB in den tijd, dien het licht voor den afstand AB noodig heeft, dan moet het okulair in B zijn, als 't licht dáár aankomt; dus op het oogenblik, dat het licht nog in A was, moest het okulair in C zijn. Terwijl het licht den weg AB aflegt, schuift de kijker uit stand I in stand II; zoo valt het licht, dat in het objektief inviel, recht door den kijker en treedt uit het okulair uit.

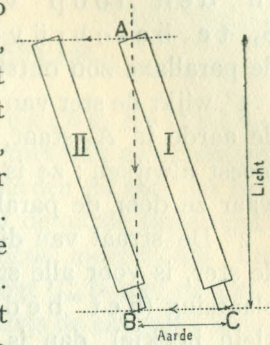

Fig. 73.

Ten gevolge van de beweging van de aarde moet de kijker dus voorover hellen. Het is alsof het okulair wat achteruit gezet wordt, en wel zooveel als de aarde in den tijd doorloopt, dien het licht voor het afleggen van de lengte van den kijker noodig heeft. Richten wij den kijker op een ster bij de pool van de ekliptika. Was de

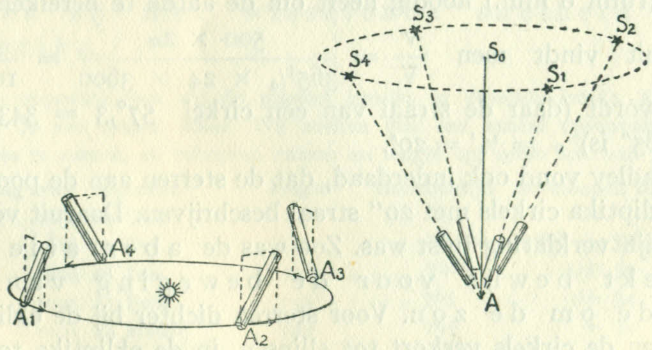

Fig. 74.

aarde in rust, dan zou de richting naar de ster door de vertikale lijnen uit A_1, A_2, A_3, A_4 gegeven worden. Door de beweging van de aarde moet in die punten de richting van den kijker zóó zijn, als in Fig. 74 geteekend is. De richting van den kijker beschrijft een kegelvlak om S_0. De ster schijnt in richting S_4 te staan, als de aarde in het punt A_4 van haar baan is. D e s t e r s c h ij n t i n d e n l o o p v a n e e n j a a r e e n c i r k e l o m S_0 t e b e s c h r ij v e n. Deze cirkel is anders, dan die door de parallaxe zou ontstaan:

1° wijkt de ster van het midden uit in de richting S_0S_4 af, als de aarde in A_4 staat, dus door de parallaxe de ster naar S_1 moest afwijken: ze is een kwart omloop achter bij de plaats, waar ze door de parallaxe moest staan.

2° De straal van dien cirkel, de schijnbare verplaatsing van de ster, is voor alle sterren even groot. Noemen wij deze verplaatsing (h e t b e d r a g v a n d e a b e r r a t i e) α (een klein hoekje), dan is

$$\mathrm{tg}\ \alpha = \frac{\text{boog}\ \alpha}{\text{straal}} = \frac{\text{snelheid aarde}}{\text{snelheid licht}}.$$

In 1682 had Römer gevonden, dat het licht van de zon 500 sek. (ruim 8 min.) noodig heeft om de aarde te bereiken.

Hieruit vindt men $\dfrac{v}{V} = \dfrac{500 \times 2\pi}{365^1/_4 \times 24 \times 3600} = \dfrac{1}{10000}$;

dus wordt (daar de straal van een cirkel $57°{,}3 = 3438' = 206265''$ is) $\alpha = \frac{1}{3}' = 20''$.

Bradley vond ook inderdaad, dat de sterren aan de pool van de ekliptika cirkels met 20″ straal beschrijven. Daaruit volgde, dat zijn verklaring juist was. Zoo was de a b e r r a t i e e e n d i r e k t b e w ij s v o o r d e b e w e g i n g v a n d e a a r d e o m d e z o n. Voor sterren dichter bij de ekliptika worden de cirkels verkort tot ellipsen, in de ekliptika tot een heen en weer schommelen in lijntjes.

Als bewijs voor de beweging van de aarde waren sterparallaxen nu niet meer noodig. Eerst in de 19de eeuw werd bij enkele sterren een merkbare parallaxe van minder dan 1″ gevonden.

13. DE WETTEN VAN KEPLER.

§ 44. D e o n r e g e l m a t i g e b e w e g i n g d e r p l a n e t e n. Wij vonden in § 31, dat de zon niet met gelijkmatige snelheid de ekliptika doorloopt. Wij verklaarden dit zoo, dat het middelpunt van den zonnecirkel niet met de aarde samenviel.

Volgens het wereldstelsel van Copernicus moeten wij nu zeggen: het middelpunt van de aardbaan ligt $^1/_{30}$ buiten de zon; daardoor schijnt de snelheid van de zon langs de ekliptika soms $^1/_{30}$ boven, soms $^1/_{30}$ beneden het gemiddelde.

Dezelfde onregelmatigheid heeft men ook bij de p l a n e t e n. A f g e z i e n v a n d e s c h ij n b e w e g i n g i n d e e p i c y k e l s, d u s o m d e z o n a l s m i d d e l p u n t, d o o r l o o p e n z ij m e t w i s s e l e n d e s n e l h e i d d e e k l i p t i k a.

In de oppositie zien wij de planeet precies in dezelfde lengte, als zij van uit de zon gezien staat. Wij zoeken dus een aantal opeenvolgende opposities te zamen, en schrijven datum en lengte op, eerst b.v. van Mars.

dag van oppositie	lengte	tusschentijd	doorloopen boog
1894 20 Okt.	28°		
1896 11 Dec.	80	783 d.	360° + 52°
1899 18 Jan.	119	768	+ 39
1901 22 Febr.	153	765	+ 34
1903 29 Maart	187	765	+ 34
1905 8 Mei	227	771	+ 40
1907 6 Juli	285	789	+ 56
1909 24 Sept.	1	811	+ 78
1911 24 Nov.	62	791	+ 61
1914 3 Jan.	103	771	+ 14
1916 9 Febr.	140	767	+ 37

Doorliep Mars, van de zon uit gezien, de ekliptika met gelijkmatige snelheid, dan moesten alle opposities met gelijke tusschentijden na elkaar komen, en bij elke volgende oppositie moest de planeet evenveel graden in lengte verder staan. Dit is blijkbaar niet het geval. Mars doorloopt de ekliptika met wisselende snelheid. Vindt de oppositie plaats in een streek, waar de snelheid klein is, dan haalt de aarde hem spoedig in, de opposities volgen vlugger op elkaar en dichter bij elkaar (1899, 1901, 1903). Loopt Mars zeer snel, dan komt een volgende oppositie eerst na langeren tijd, en Mars is intusschen veel verder voortgeloopen (1907—1909). Uit de tabel blijkt, dat Mars omstreeks de lengte 150° het langzaamst loopt (oppositie in Febr.) en omstreeks 330° het snelst.

Wij willen die snelheid uitrekenen. We trekken van elken tusschentijd tusschen twee opposities een omloopstijd van Mars (687 d.) af voor de 360°. Uit het eerste interval volgt dan, dat in 783—687 = 96 dagen Mars van 28° tot 80° lengte loopt, dus gemiddeld 52 : 96 = 0°,54 per dag. Evenzoo voor de andere.

in	96	dagen loopt hij van	28°	tot	80°	=	52°	of 0°,54	per dag
,,	81	,, ,, ,, ,,	80	,,	119	=	39	,, 0,48	,,
,,	78	,, ,, ,, ,,	119	,,	153	=	34	,, 0,44	,,
,,	78	,, ,, ,, ,,	153	,,	187	=	34	,, 0,44	,,
,,	84	,, ,, , ,	187	,,	227	=	40	,, 0,48	,,
,,	102	,, ,, ,, ,,	227	,,	283	=	56	,, 0,55	,,
,,	124	,, ,, ,, ,,	283	,,	1	=	78	,, 0,63	,,
,,	104	,, ,, ,, ,,	1	,,	62	=	61	,, 0,59	,,
,,	84	,, ,, ,, ,,	62	,,	103	=	41	,, 0,49	,,
,,	80	,, ,, ,, ,,	103	,,	140	=	37	,, 0,46	,,

De snelheid wisselt dus van 0°,44 tot ruim 0°,63 per dag, dus in reden van 1 tot 1½. Wij kunnen uit deze lijst ook een andere afleiden, die aangeeft, hoeveel dagen na een zekeren begindag (b.v. 1894, 20 Okt.) de planeet in één omloop de lengten 28°, 80°, 119°, enz. bereikt:

op dag		0	bereikt hij de lengte	28°
,, ,,		96	,, ,, ,, ,,	80°
,, ,,	96 + 81	= 177	,, ,, ,, ,,	119°
,, ,,	177 + 78	= 255	,, ,, ,, ,,	153°
,, ,,	255 + 78	= 333	,, ,, ,, ,,	187°
,, ,,	333 + 84	= 417	,, ,, ,, ,,	226°
,, ,,	417 + 102	= 519	,, ,, ,, ,,	283°

op dag	519 + 124	= 643	bereikt bij de lengte	1°
,, ,,	643 + 104 — 687	= 67	,, ,, ,, ,,	62°
,, ,,	747 + 84 — 687	= 143	,, ,, ,, ,,	103°
,, ,,	43 + 80	= 223	,, ,, ,, ,,	140°

Hieruit vinden wij, door telkens tusschen twee opeenvolgende waarden te interpoleeren:

lengte	90°	op dag 117	tusschentijd 200 dagen
,,	180°	,, ,, 317	,, 178 ,,
,,	270°	,, ,, 495	,, 146 ,,
,,	0°	,, ,, 641	,, 163 ,,
,,	90°	,, ,, 117	

Over de vier kwadranten, van 0 af gerekend, doet Mars dus deze tijden, die + 28 d., + 6 d., — 26 d., — 9 d. van het gemiddelde afwijken. Maken wij de onderstelling, dat Mars volkomen gelijkmatig een cirkel beschrijft, waarvan het middelpunt buiten de zon ligt, dan kunnen wij op dezelfde wijze als in § 31 de plaats van de zon t.o.v. het middelpunt

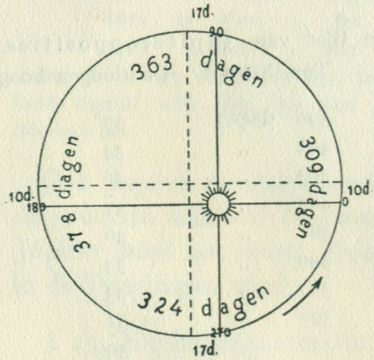

Fig. 75.

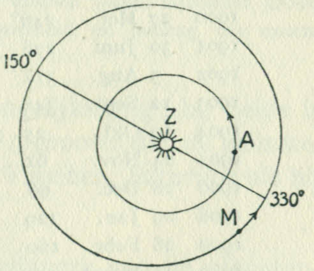

Fig. 76.

berekenen. Boog 0—180 is 39 d. langer dan boog 180—0; boog 90—270 is 69 d. langer dan 270°—90°. Dus de zon ligt t.o.v. het middelpunt in het 4e kwadrant; de vertikale afstand is $\frac{39 \times 2\pi}{4 \times 687} = 0{,}09$, en de horizontale afstand $\frac{69 \times 2\pi}{4 \times 687} = 0{,}18$; de afstand van de zon tot het middelpunt is dan 0,20 en de hoek van de verbindingslijn met de horizontale, naar lengte 0° gerichte lijn is 30°. Dus staat de zon $^1/_5$ van den straal van de Marsbaan buiten het middelpunt in de richting $l = 330°$. Daarom schijnt Mars in de lengte 330° het snelst, in de lengte 150° het langzaamst langs de ekliptika te bewegen.

Van uit de zon gezien beweegt zich Mars zeer ongelijkmatig door de ekliptika. Zijn snelheid is aan de eene zijde (op een lengte 330°) anderhalf maal zoo groot als aan de overzijde. Dat Mars aan die zijde (Schutter tot Visschen) dichter bij de zon is dan aan de overzijde (Tweelingen tot Maagd), blijkt ook hieruit, dat hij in de opposities in de eerstgenoemde sterrebeelden veel schitterender is dan in de andere, een bewijs, dat hij dan dichter bij de aarde staat.

Voor de andere buitenplaneten geldt hetzelfde.

Wij geven hier op dezelfde wijze een lijst van Jupiteropposities.

Datum	Lengte	Tusschentijd	Doorloopen boog
1900 27 Mei	246°		
1901 30 Juni	278	399 dagen	32°
1902 5 Aug.	312	401 ,,	34
1903 12 Sept.	348	403 ,,	36
1904 19 Okt.	25	403 ,,	37
1905 24 Nov.	61	401 ,,	36
1906 28 Dec.	96	399 ,,	35
1908 29 Jan.	129	397 ,,	33
1909 28 Febr.	160	396 ,,	31
1910 31 Maart	190	396 ,,	30
1911 30 April	219	395 ,,	29
1912 1 Juni	250	398 ,,	31
1913 5 Juli	283	399 ,,	33
1914 10 Aug.	317	401 ,,	34
1915 17 Sept.	353	403 ,,	36

Hier blijkt, dat de intervallen in het laatste jaar grooter waren dan gemiddeld. Leid uit deze getallen af, wat de gemiddelde snelheid in elk interval was, en waar deze het grootst en het kleinst is. Leid ook af op

welk tijdstip Jupiter de lengten 270°, 0, 90, 180 en 270° bereikte, wat de vier tusschentijden zijn, en bereken daaruit, evenals boven bij Mars geschiedde, hoever en in welke richting de zon buiten het middelpunt der Jupiterbaan staat.

Van de Saturnusopposities geven wij (omdat er zooveel zijn in een omloop) alleen elke derde.

Datum	Lengte	Tusschentijd	Doorloopen boog
1881 1 Nov.	39°		
1884 12 Dec.	81	1137 dagen	42°
1888 23 Jan.	123	1137 ,,	42
1891 4 Maart	164	1136 ,,	41
1894 11 April	202	1134 ,,	38
1897 18 Mei	237	1133 ,,	35
1900 23 Juni	272	1131 ,,	35
1903 30 Juli	306	1132 ,,	34
1906 5 Sept.	342	1133 ,,	36
1909 13 Okt.	20	1134 ,,	38
1912 23 Nov.	60	1137 ,,	40
1916 3 Jan.	103	1136 ,,	43

Ook hier zijn de intervallen juist in de laatste jaren bijzonder groot. Leid hieruit ook den tijd van grootste snelheid en bedrag der excentriciteit af.

Ook Jupiter en Saturnus loopen ongelijkmatig; bij beide is de grootste snelheid ongeveer $^1/_5$ à $^1/_6$ grooter dan de kleinste. Jupiter loopt het snelst, als hij in de Visschen, Saturnus als hij in de Tweelingen staat.

§ 45. Kepler bepaalde de juiste gedaante van de planetenbanen (het eerst bij Mars) door driehoeksmeting; daartoe kon hij van de talrijke en nauwkeurige waarnemingen gebruik maken, die Tycho Brahe van 1580 tot 1600 gedaan had.

Hoe hij daarbij te werk ging, kan ons het volgende voorbeeld leeren, waar wij op dezelfde manier onze eigen waarnemingen behandelen. Op 29 Sept. 1915 stond Mars op een lengte 115°,8, van uit de aarde gezien. Waar stond hij van uit de zon gezien? Deze datum is 133 d. vóór de oppositie; de oppositiedag van 1916 komt volgens de tabel blz. 109 overeen met

223 d. na den begindag, dus 29 Sept. 1915 komt overeen met 90 d. na den begindag, en daarvoor vinden wij de lengte, van uit de zon gezien, 77°,0. De zon stond op dien dag, van uit de aarde gezien, op een lengte 185°,9. Wij kunnen dus deze drie richtingen teekenen. In den driehoek door de zon, de aarde en Mars gevormd, zijn nu de drie hoeken bekend; wij kunnen dus de zijde ZM (afstand Mars—Zon uitdrukken in de zijde ZA, den afstand aarde—zon.

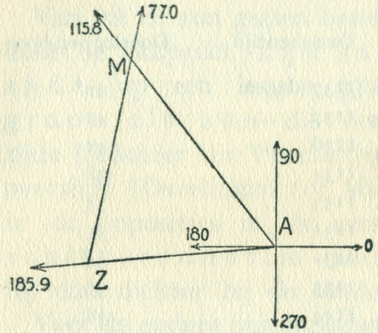

Fig. 76.

$\angle A = 70°,1 \; \angle Z = 71°,1 \; \angle M = 38°,8;$

$$\frac{ZM}{ZA} = \frac{\sin A}{\sin M} = \frac{0,930}{0,627} = 1,49.$$

Evenzoo vinden wij voor de waarneming van 23 April 1916 (74 dagen na de oppositie): waargenomen lengte van Mars 135°,7; lengte van uit de zon gezien 171°,0; lengte van de zon, van de aarde gezien 33°,1; dus in den driehoek ZAM is:

$$\angle A = 102°,6 \; \angle Z = 42°,1 \; \angle M = 35°,3; \; \frac{ZM}{ZA} = \frac{\sin A}{\sin M} = \frac{0,976}{0,578} = 1,69.$$

Op dezelfde manier, maar van veel nauwkeuriger waarnemingen uitgaande, kon Kepler den afstand van Mars tot de zon op allerlei plaatsen van zijn baan berekenen. Hij vond inderdaad, dat deze afstand bij een lengte van 330° het kleinst, aan den tegenoverliggenden kant het grootst was; maar de grootste en kleinste afstanden verschilden niet zooveel als wij op blz. 114 vonden, doch slechts half zooveel. Hij vond voor deze afstanden 1,385 en 1,668 keer den afstand aarde—zon; dus de laatste 1,20 keer de eerste. De snelheid van Mars aan den hemel was echter aan de eene zijde 1,45 maal grooter dan aan de andere; dit verschil is dus niet geheel als gevolg van verschil in afstand te verklaren, maar moet voor een deel werkelijk zijn. De werkelijke snelheid van Mars in zijn cirkel moet op 330° lengte 1,2 keer grooter zijn dan er tegenover; daar deze snelheid van uit een 1,2 kleineren afstand gezien wordt, schijnt zij 1,2 × 1,2 = 1,44 keer grooter te zijn dan de andere.

Kepler vond zoo, dat de zon buiten het middelpunt van de Marsbaan stond, in de richting van 330° lengte, ongeveer $^1/_{10}$

van den straal der Marsbaan. De snelheid van Mars in zijn baan is des te grooter, naarmate de afstand tot de zon kleiner is. Kepler vond, dat hetzelfde voor alle planeten geldt (met andere getallen), en drukte dit uit in den vorm van de **wet der perken** (2de wet van Kepler): d e s e k t o r e n, d i e d o o r d e n v o e r s t r a a l v a n e e n p l a n e e t b e s c h r e v e n w o r d e n, z ij n e v e n r e d i g m e t d e n t ij d.

Het bleek Kepler bovendien, dat de baan van Mars niet zuiver cirkelvormig was. De middellijn, waarop de zon ligt, is de langste middellijn; in de richting loodrecht daarop is de cirkel iets samengedrukt en wel $^1/_{230}$. De baan is niet een cirkel, maar een ellips. In een ellips is de afstand van een brandpunt A tot het uiteinde der kleine as even groot als de halve groote as;

AC = MD, dus $MC^2 = MD^2 - MA^2$.

Voor $MA = {^1/_{10}}\,MD$ is $\frac{MC}{MD} = \sqrt{1 - {^1/_{100}}}$ $= 1 - {^1/_{200}}$, dus de samendrukking $^1/_{200}$. In de Mars-ellips ligt het brandpunt dus bijna $^1/_{10}$ buiten het middelpunt, waar ook de zon ligt. De zon staat dus in een der brandpunten van de Mars-ellips.

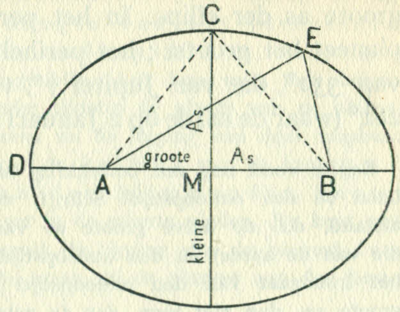

Fig. 77.

Zoo vond Kepler de wet, die altijd **de eerste wet van Kepler** genoemd wordt: d e p l a n e t e n b e w e g e n z i c h i n e l l i p s e n o m d e z o n, z o o, d a t d e z o n i n e e n b r a n d p u n t v a n d e e l l i p s s t a a t.

Al naar het brandpunt dichter bij het middelpunt of verderaf ligt, is de ellips ronder of platter. Deze afstand tot het midden, in deelen van de halve groote as, heet e x c e n t r i c i t e i t van de ellips. Bij de planetenbanen is de excentriciteit klein, dus verschillen de banen zeer weinig van cirkels. Bij Mars is zij bijna $^1/_{10}$, bij Jupiter $^1/_{21}$, bij Saturnus $^1/_{18}$. Bij Mercurius is zij het grootst, $^1/_5$; vandaar dat de grootste elongatie tusschen 18° en 28° schommelt. Bij Venus is zij zeer klein, $^1/_{145}$. Dat ook de baan van de aarde een ellips is, volgt uit de wisselende snelheid van de zon ; daar de grootste en de kleinste snelheid $^1/_{30}$ van de middelwaarde afwijken, moet de excentriciteit van de aardbaan ongeveer $^1/_{60}$ bedragen.

De plaats, waar een planeet het dichtst bij de zon komt, heet haar perihelium, de plaats, waar zij het verst van de zon staat, het aphelium. Zij zijn de beide uiteinden van de groote as der ellips. In het perihelium is de snelheid van de planeet het grootst ; het perihelium van Mars heeft een lengte van 330°, dat van Jupiter 7°, van Saturnus 86°, van de aarde 281° (waar de aarde op 2 Januari staat).

Kepler vond nog een betrekking tusschen de grootte van de planetenbaan en den omloopstijd. Schrijft men in een lijstje den gemiddelden afstand, d.i. de halve groote as van elke planetenbaan (uitgedrukt in die van de aarde) en den omloopstijd in jaren, en schrijft men daarnaast het kwadraat van den omloopstijd en de derde macht van de halve groote as, dan ziet men, dat de getallen van de laatste twee kolommen zoo goed als geheel gelijk zijn.

	h. gr. as	oml.tijd		
Mercurius	0,388	0,241	0,0581	0,0584
Venus	0,724	0,615	0,3785	0,3795
Aarde	1	1	1	1
Mars	1,523	1,881	3,538	3,536
Jupiter	5,196	11,857	140,6	140,3
Saturnus	9,510	29,425	865,8	860,1

De **derde wet van Kepler** luidt: bij alle planeten verhouden zich de kwadraten der omloopstijden als de derde machten van de gemiddelde afstanden tot de zon.

Wanneer dus twee planeten in cirkels (ellipsen met excentriciteit 0) om de zon loopen op afstanden, die zich verhouden als 1 : 4 : 9, dan verhouden zich haar omloopstijden als 1 : 8 : 27.

De maan vertoont een dergelijke onregelmatigheid als de planeten ; uit vele aanhoudende en nauwkeurige waarnemingen van haar plaats tusschen de sterren kan men vinden, dat zij t.o.v. een volkomen gelijkmatige beweging langs haar baan soms 6° in lengte vooruit, soms 6° achter is. De maan beschrijft dus ook geen cirkel, maar een ellips met een excentriciteit van $^1/_{22}$.

§ 46. De vorm en grootte van een planetenbaan worden bepaald door de halve groote as en de excentriciteit, waarbij de ligging van de groote as door de lengte van het perihelium gegeven wordt. Kent men ook den omloopstijd en de lengte van een planeet op zeker oogenblik, dan kan men met behulp van de wet der perken voor elk ander tijdstip de plaats van de planeet in haar loopbaan berekenen. Weet men nu de ligging van deze loopbaan in de ruimte, die gegeven wordt door de helling van de baan t. o. v. de ekliptika, en de lengte van den klimmenden knoop, dan kan men de plaats van de planeet in de ruimte vinden. En kent men hetzelfde voor de aarde, dan is daaruit de ligging van de planeet t.o.v. de aarde te berekenen, dus de plaats, waar wij de planeet aan den hemel zien.

Deze 7 grootheden, die dus de baan van de planeet en haar plaats daarin bepalen, heeten de elementen van de planeet. Wij geven ze hier, zooals ze tegenwoordig bekend zijn.

	Halve gr. as	Excentric.	L perihel.	Omloopstijd	Helling	L. kl. kn.
Mercurius	0,38710	0,20561	75°54′	87,9693	7°0′	47°9′
Venus	0,72333	0,00682	130 8	224,705	3 24	75 47
Aarde	1,00000	0,01675	101 13	365,256	—	—
Mars	1,52368	0,09331	334 13	686,980	1 51	48 47
Jupiter	5,2026	0,04833	12 43	4332,59	1 19	99 27
Saturnus	9,5547	0,05589	91 6	10759,2	2 30	112 47