

## 14. DE AANTREKKINGSKRACHT.

§ 47. Uit de mechanika kennen wij de grondstellingen (in de 17e eeuw vastgesteld):

1. Wanneer op een voorwerp geen uitwendige krachten werken, heeft het zwaartepunt een eenparige rechtlijnige beweging.

2. Werkt op het voorwerp een uitwendige kracht, dan krijgt het een versnelling, in de richting van en evenredig met deze kracht, en omgekeerd evenredig met de massa van het voorwerp.

Hoe is deze kracht bij een eenparige cirkelbeweging? Zonder uitwendige kracht zou het voorwerp van uit A de rechte raaklijn AB volgen en na t sekonden in B zijn ( $AB = vt$ ); door de naar het middelpunt gerichte kracht in A alleen, zou het, eenparig versneld, in t sekonden  $AC = \frac{1}{2} at^2$  doorloopen; door beide bewegingen te zamen komt het langs den cirkelboog in D. Volgens een bekende meetkundige stelling is:

$$AC \times 2r = AD^2, \text{ of } \frac{1}{2} at^2 \times 2r = v^2 t^2$$

$$\text{dus } a = \frac{v^2}{r}, \text{ of } K = \frac{mv^2}{r}$$

Liepen de planeten dus in eenparige cirkelbeweging om de zon, dan was dat te verklaren door een aantrekkingskracht, die de zon op haar uitoefent. Maar de planeten loopen in ellipsen. Welke kracht veroorzaakt die beweging?

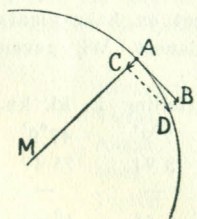


Fig. 77.

§ 48. Newton heeft de wetten der aantrekkingskracht uit de wetten van Kepler afgeleid.

Wanneer een voorwerp eenparig den weg ABC aflegt in 2 tijdseenheden (dus  $AB = BC$ ), en in B werkt plotseling eventjes een kracht, als een stoot naar M gericht, die het de snelheid Bd geeft, dan gaat het voorwerp door beide te zamen langs BD naar D. Dan is

$$\triangle BDM = \triangle BCM = \triangle ABM.$$

Ongestoord zou het in de volgende tijdseenheid het verlengde van BD volgen; werkt echter in D weer een kracht, die het een snelheid naar M toe geeft, dan krijgt de snelheid weer een nieuwe richting en grootte, maar alweer zullen de driehoeken gelijk zijn.

Zijn de krachten, dus de bijkomende snelheden, steeds naar M gericht, dan zijn de driehoeken, door den voerstraal uit A beschreven, in elke sekonde even groot. En omgekeerd: zijn deze driehoeken steeds even groot, dan zijn de bijkomende snelheden, dus de krachten, alle naar M gericht.

Ditzelfde geldt ook, wanneer niet telkens eventjes een kracht stootend werkt, maar wanneer een kracht voortdurend werkt, zoodat aldoor een versnelling de snelheid wijzigt. Ook dan geldt, dat, wanneer de kracht, dus de bijkomende versnelling, steeds naar M gericht is, de door den voerstraal uit M beschreven perken evenredig met den tijd zijn. En omgekeerd.

Newton kon zoo uit de wet der perken afleiden, dat de aantrekkingskracht, die op de planeten werkt, steeds naar de zon gericht is, dus van de zon uitgaat.

Hoe verandert nu deze kracht bij verandering van den afstand tot de zon?

Beschouwen we een planeet in het aphelium en het perihelium, dus in de toppen van de ellips (Fig. 79). De vorm van de baan, de kromming, dus de afwijking van de rechte raaklijn is in beide dezelfde, maar de snelheid is verschillend. Dezelfde boog wordt in het aphelium in p maal

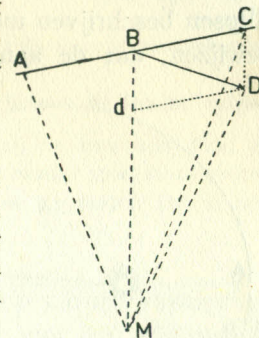


Fig. 78.

langeren tijd afgelegd, als de afstand daar  $p$  maal grooter is. De afwijking van de raaklijn is  $\frac{1}{2} at^2$ ; is deze in A en C even groot (Bb = Ee), dan zijn de versnellingen, de  $a$ 's, omgekeerd evenredig met  $t^2$ , dus evenredig met  $v^2$ , dus in C is de versnelling  $p^2$  maal kleiner dan in A.

Uit de tweede wet van Kepler, volgens welke de planeten ellipsen beschrijven met de zon in een brandpunt, kon Newton bewijzen, dat de aantrekkingskracht van de zon omgekeerd evenredig is met het vierkant van den afstand.

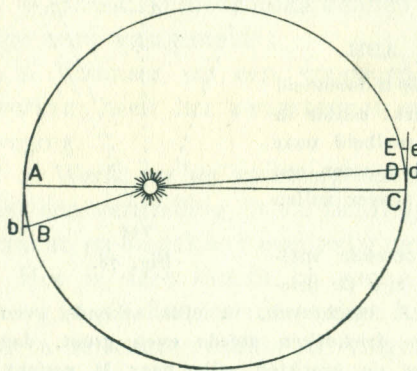


Fig. 79.

Dus bij twee verschillende planeten zijn de versnellingen naar de zon toe omgekeerd evenredig met het vierkant van haar afstand tot de zon; deze versnellingen veranderen dus op dezelfde wijze met den afstand, alsof dezelfde planeet zich op die verschillende afstanden bevond; dus twee verschillende planeten zouden op gelijken afstand van de zon gelijke versnellingen hebben.

Uit de derde wet van Kepler kon Newton bewijzen, dat de aantrekkingskracht van de zon onafhankelijk is van den aard der planeet, waarop deze kracht werkt.

§ 49. Een dergelijke aantrekkingskracht van de zon, die de planeten in haar banen doet bewegen, wordt ook door de aarde uitgeoefend op de maan en is de oorzaak, dat de maan zich in een kring om de aarde beweegt.

Vergelijken wij twee planeten, voor de eenvoudigheid in cirkels rondlopend, op afstanden  $r_1$  en  $r_2$ , met omloopstijden  $T_1$  en  $T_2$ . De naar het middelpunt gerichte versnellingen zijn:

$$a_1 = \frac{v_1^2}{r_1} = \frac{4\pi^2 r_1}{T_1^2} \quad \text{en} \quad a_2 = \frac{4\pi^2 r_2}{T_2^2};$$

$$\text{dus } a_1 : a_2 = \frac{r_1}{T_1^2} : \frac{r_2}{T_2^2}.$$

Nu is volgens de 3de wet van Kepler  $T_1^2 : T_2^2 = r_1^3 : r_2^3$  dus:

$$a_1 : a_2 = \frac{1}{r_1^2} : \frac{1}{r_2^2}.$$

Newton berekende, hoe groot de versnelling is, waardoor de maan in haar baan (hier als cirkel aan te nemen) gehouden wordt.

In 1 seconde gaat de maan  $\frac{2\pi a}{T}$  meter in haar baan voort; dus de uitwijking uit de raaklijn is  $\left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2 : 2a$ , dus de versnelling  $\frac{4\pi^2 a}{T^2}$ . Voor  $a = 60$  aardstralen  $= 60 \times \frac{40 \cdot 10^8}{2\pi}$  meter en  $T = 27\frac{1}{3} \times 24 \times 3600$  seconden wordt dit getal  $\frac{2\pi \cdot 24 \cdot 10^8}{747 \cdot 24^2 \cdot 36^2 \cdot 10^4} = 0,0027$  meter. Neemt de kracht volgens het kwadraat van den afstand af, dan moet zij 60 keer zoo dicht bij het aardmiddelpunt, dus aan het oppervlak der aarde, 3600 maal grooter zijn, dus de versnelling  $3600 \times 0,0027$  meter  $= 9,7$  meter. Dit is juist de versnelling van de zwaartekracht.

Newton vond, dat de zwaartekracht op aarde, wanneer zij omgekeerd evenredig met het kwadraat van den afstand afneemt, op den afstand van de maan juist zoo groot is, als noodig is om de maan in  $27\frac{1}{3}$  dag om de aarde te doen rondloopen. De algemeene aantrekkingskracht, die van uit de zon op de planeten en van uit de aarde op de maan werkt, is dezelfde kracht, die wij als zwaarte aan het oppervlak der aarde kennen.

Daar de aarde de maan aantrekt, ligt het voor de hand aan te nemen, dat zij ook op de zon een aantrekking uitoefent. Dat de maan op het aardoppervlak een aantrekking uitoefent, blijkt uit het verschijnsel van ebbe en vloed (zie blz. 127). Dus trekken de hemellichamen elkaar aan. Hetzelfde geldt voor hun deelen. Zoo kwam Newton er toe de aantrekkingskracht als een algemeene eigenschap der stof te beschouwen.

**Wet van Newton:** Alle lichamen trekken elkaar aan met een kracht, die evenredig

is met hun massa's en omgekeerd evenredig met het vierkant van hun afstand.

Zijn hun massa's  $m_1$  en  $m_2$  en is hun afstand  $r$ , dan is de kracht, die zij op elkaar uitoefenen :

$$K = f \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

De grootheid  $f$  is de kracht, die twee massa's van 1 gram op elkaar uitoefenen, als zij 1 cM. van elkaar verwijderd zijn. Deze is haast onmerkbaar klein ; uit tal van fijne metingen in de 19de eeuw is daarvoor gevonden  $6,68 \times 10^{-8}$  dyne of  $\frac{1}{15\,000\,000}$  milligram.

Bereken hieruit, hoe groot de massa en hoe groot het gemiddeld soortelijk gewicht van de aarde is.

§ 50. De versnelling, die een planeet door de aantrekking van de zon krijgt, vindt men als men de kracht door de massa van de planeet deelt ; zij is dus alleen afhankelijk van de massa van de zon :

$$a = f \frac{m}{r^2}$$

Hoe vindt men de massa van de zon, in vergelijking met die van de aarde? De eene bepaalt den jaarlijkschen omloop van de aarde, de laatste den maandelijkschen omloop der maan. Nemen wij cirkelbanen aan, dan moet in elk de formule gelden :  $a = \frac{v^2}{r} = 4\pi^2 \frac{r}{T^2}$ .

Dus, als  $T_1$  en  $T_2$  omloopstijden van aarde en maan zijn,  $r_1$  en  $r_2$  de stralen van aardbaan en maanbaan,  $m_1$  en  $m_2$  de massa's van zon en aarde, dan is :

$$a_1 = f \frac{m_1}{r_1^2} = 4\pi^2 \frac{r_1}{T_1^2} \text{ en } a_2 = f \frac{m_2}{r_2^2} = 4\pi^2 \frac{r_2}{T_2^2}$$

$$\text{dus } m_1 = \frac{4\pi^2}{f} \frac{r_1^3}{T_1^2} \text{ en } m_2 = \frac{4\pi^2}{f} \frac{r_2^3}{T_2^2}$$

Deze formule drukt de 3de wet van Kepler uit (voor dezelfde  $m_1$  van de zon is bij alle planeten  $r_1^3 : T_1^2$  hetzelfde). Er volgt uit :

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{r_1^3}{r_2^3} \times \frac{T_2^2}{T_1^2}$$

Nu is  $\frac{r_1}{r_2} = 389$  (In § 54 wordt afgeleid : parallaxe van de zon 8,8, terwijl de parallaxe van de maan 57'3" is, dus 389 maal zoo groot) en  $\frac{T_1}{T_2} = 13\frac{1}{3}$ . Hieruit volgt  $\frac{m_1}{m_2} = 330\,000$ .

De massa van de zon is 330 000 maal grooter dan die van de aarde.

Newton leidde af, dat onder de werking van deze aantrekkingskracht van de zon een lichaam een kegelsnede moet beschrijven, dus een ellips (waarvan de cirkel een bijzonder geval is), een parabool of een hyperbool.

Om een cirkel te beschrijven moet op bepaalden afstand de snelheid een bepaalde waarde hebben (nl. zoo, dat  $f \frac{m}{r^2} = \frac{v^2}{r}$ ) ; is de snelheid kleiner of eenigszins grooter, dan is de baan een ellips ; is de snelheid  $\sqrt{2}$  maal grooter, dan is de baan een parabool ; is zij nog grooter, dan is de baan een hyperbool.

In de beide laatste gevallen kan zulk een lichaam, van uit de oneindige wereldruimte komend, maar eenmaal de zon naderen en er om heen zwaaien, en moet dan weer voorgoed in de wereldruimte wegvliegen.

Daar echter niet alleen de zon de planeten aantrekt, maar deze elkaar ook aantrekken, wordt de beweging van elke planeet niet bepaald door de zonnekracht alleen, maar bovendien door de bijkomende krachten der andere planeten. Een planeet kan daardoor niet precies in de ellips van Kepler loopen ; zij wijkt er wat van af ; maar deze afwijkingen, de z.g. storingen, zijn klein, omdat de massa's der planeten veel kleiner zijn dan de zonnemassa.

De maan ondervindt dergelijke storingen, omdat zij niet enkel door de aarde, maar ook door de zon wordt aangetrokken. Deze

storingen zijn vrij aanmerkelijk. De draaiing van de knopen van de maan in 18 jaren is een gevolg van de aantrekking van de zon.

§ 51. Een belangrijke uitwerking van de aantrekkingskracht is de teruggang der nachteveningen of praecessie. Door Hipparchus werd ontdekt, dat van alle sterren langzaam en regelmatig de lengte grooter wordt ( $1^\circ$  in 72 jaren, dus  $50''$  per jaar), terwijl de breedte onveranderd blijft. (Dus rechte klimming en deklinatie veranderen beide langzaam.) Het lentepunt, het snijpunt van aequator en ekliptika, van waar uit de lengte geteld wordt, loopt dus achteruit op de ekliptika, en evenzoo het herfstpunt en de andere jaargetijdepunten,  $30^\circ$  in 2160 jaren, of  $360^\circ$  in 26000 jaar.

Het lentepunt komt dus telkens na 2000 jaar in een nieuw sterrebeeld; in de oudheid lag het lentepunt in den Ram, het herfstpunt in de Weegschaal, zomer- en winterpunt in den Kreeft en den Steenbok. Daarom heet in almanakken het lentepunt nog wel het teeken van den Ram of (met den Latijnschen naam) Aries; daarom heeten de parallelcirkels op aarde van  $23\frac{1}{2}^\circ$  N. en Z. breedte in de atlanten nog keerkring van den Kreeft en van den Steenbok. Nu ligt het lentepunt in de Visschen, dicht bij den Waterman; en na eenige eeuwen gaat het over in den Waterman, en evenzoo het herfstpunt naar den Leeuw, het zomer- en winterpunt naar den Stier en den Schorpioen.

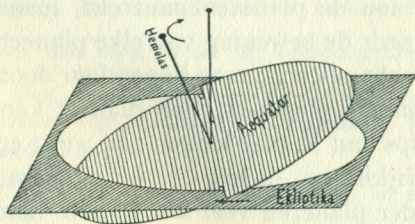


Fig. 80.

Het vlak van den aequator draait dus langs het ekliptikavlak, zoo, dat de hemelas (d.w.z. de aardas) een kegelvlak beschrijft en de Noordpool een cirkel (met een straal van  $23\frac{1}{2}^\circ$ ) om de pool van de ekliptika, ook in 26000 jaar. Onze poolster blijft dus niet altijd poolster; over 13000 jaar zal de pool dicht bij Wega staan. De beweging van de

aarde om haar as, terwijl deze as een kegel beschrijft, is dus te vergelijken met die van een draaienden tol, die scheef staat. Newton toonde aan, dat deze beweging een gevolg is van de aantrekking van de zon en de maan op de afgeplatte aarde. Draaide de aarde niet om haar as, dan zou door deze aantrekking de aarde recht gezet worden, d.w.z. het aequatorvlak in de ekliptika gewenteld worden. Evenzoo zou een tol, die niet draaide, omvallen. Nu de aarde draait, gebeurt hetzelfde als bij den tol; bij beide komt in plaats van het omvallen de kegelvormige beweging van de draaiingsas.

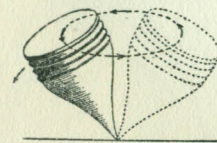


Fig. 81.

§ 52. Nog een ander belangrijk verschijnsel, waarin de algemeene aantrekkingskracht te voorschijn treedt, vormen de getijden. Aan onze kusten is het tweemaal per dag hoog water, en daartusschen tweemaal laag water. Op opeenvolgende dagen komt de tijd van hoog water telkens 50 m. vroeger, dus na 14 dagen 12 u. vroeger, dus op denzelfden tijd. Reeds vóór Newton werd deze ebbe en vloed daarom aan de aantrekking van de maan op het water van de zee toegeschreven. Daar de maan het vaste aardlichaam ook aantrekt, kan de beweging van het water alleen ontstaan, doordat het water anders aangetrokken wordt dan de vaste aarde. Aan den kant van de maan is het zeewater dicht bij de maan, dus wordt sterker aangetrokken dan het vaste aardlichaam, dus wordt van het middelpunt weg, naar boven getrokken. Aan den achterkant is het zeewater verder van de maan af, dus wordt zwakker aangetrokken dan het vaste aardlichaam, dus wordt het ook van het middelpunt weg, naar boven getrokken. Op een rustende, met water bedekte aarde zou dus het zeeoppervlak eivormig worden, met twee punten naar de maan

toe en van de maan afgekeerd. Doordat de aarde draait, moeten deze waterbergen om de aarde loopen en op elke plaats tweemaal per dag hoog water veroorzaken.

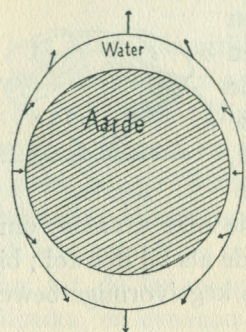


Fig. 82.

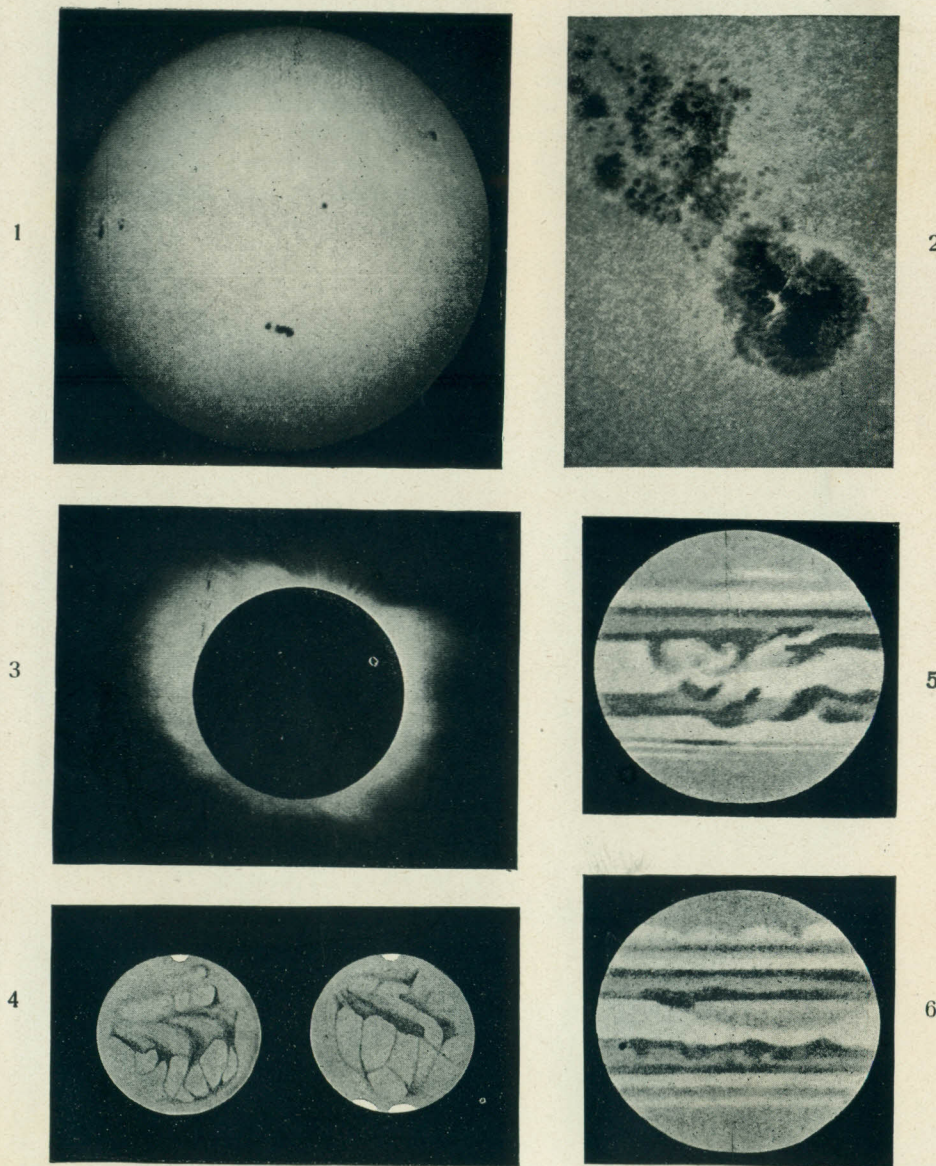
Door de onregelmatige verdeling van de vaste landen en de oceanen wordt deze beweging van de vloedgolven hoogst onregelmatig.

De vloedgolven, die telkens 12 u. na elkaar door den Atlantischen Oceaan naar het N. loopen, loopen het Kanaal in en om Schotland heen, en komen zoo langs twee wegen in de Noordzee. Door haar samenwerking loopt een golf van 't Z. langs de Nederlandsche kust, bereikt 2 uren, nadat de maan in den meridiaan stond, Schouwen, na 3 u.

Scheveningen, na 6 u. Tessel, na 9 u. Schiermonnikoog, terwijl de vloedhoogte eerst kleiner wordt (tot Vlieland) en daarna weer toeneemt.

Ook de zon bewerkt eenzelfde soort ebbe en vloed, die precies na 12 uren terugkomt, steeds op denzelfden tijd. Daar de zonnetijden maar half zoo krachtig zijn als die van de maan, is het gevolg, dat bij volle en nieuwe maan, als zij elkaar versterken, de getijden zeer sterk zijn (springtij), en bij eerste en laatste kwartier, als zij elkaar verzwakken, veel zwakker (doodgetij).

De aantrekking van de zon is veel sterker dan die van de maan, ongeveer 170 maal zoo sterk. Hoe komt het dan, dat de zonnetijden zoo zwak zijn? De getijverwekkende kracht is het verschil in aantrekking op het water aan het oppervlak en de vaste aarde in het middelpunt. De zon is 24000 aardstralen verwijderd, dus is de zonnekracht aan den voorkant  $\left(\frac{24000-1}{24000}\right)^2$ , aan den achterkant  $\left(\frac{24000+1}{24000}\right)^2$  maal de kracht in het middelpunt. Deze breuken zijn  $1 - \frac{1}{12000}$  en  $1 + \frac{1}{12000}$ ; dus de aantrekking van de zon is op het zeewater  $\frac{1}{12000}$  anders dan in het



1. DE ZON (fot. Vatikaansche sterrewacht). 2. ZONNEVLEK (fot. Meudon).  
3. ZONEKLIPS VAN 1900 (fot.). 4. MARS (Schiaparelli).  
5 en 6. JUPITER (Nijland).

middelpunt. De maan is 60 aardstralen verwijderd, dus hier verandert de kracht, als men van het middelpunt naar het oppervlak gaat,  $\frac{1}{30}$  van haar bedrag. De getijverwekkende kracht van de zon is dus  $\frac{1}{12000}$  van de maan  $\frac{1}{30}$  van de totale aantrekking; daar de aantrekkende kracht van de zon 170 maal grooter is, is haar getijverwekkende kracht bijna half zoo groot als die van de maan.

## 15. DE LICHAMEN VAN HET ZONNESTELSEL.

§ 53. Sedert de uitvinding der verrekijkers is het aantal leden van het zonnestelsel door tal van ontdekkingen vermeerderd. Buiten de loopbaan van Saturnus bevinden zich nog 3 planeten : Uranus, in 1781 door W. Herschel ontdekt, vertoont zich als een ster van de 5de of 6de grootte, omloopstijd 84 jaar, afstand 19,2, Neptunus, in 1846 volgens de berekening van Le Verrier gevonden, alleen met verrekijkers zichtbaar, omloopstijd 165 jaar, afstand 30,1 en Pluto, in 1930 te Flagstaff als een uiterst klein sterretje gefotografeerd, omloopstijd 250 jaren, afstand 40. Bovendien zijn sinds 1801 vele honderden kleine planeten ontdekt, die zich bijna alle tusschen de banen van Mars en Jupiter bevinden, vooral dicht opgehoopt op een afstand 2,5—3; er worden voortdurend nieuwe bij ontdekt. Een enkele (Eros) komt nu en dan zeer dicht bij de aarde; enkele andere zijn even ver van de zon verwijderd als Jupiter.

Nadat Galilei in 1610 vier manen van Jupiter ontdekt had, zijn bij de meeste grootere planeten eenige manen ontdekt. Van Jupiter kent men, behalve die vier, nog 4 kleinere; bij Mars 2, bij Saturnus 10, bij Uranus 4, bij Neptunus 1. Zij beschrijven alle ellipsen om haar planeten.

§ 54. Kent men van een planeet den afstand tot de aarde, dan kan men uit de schijnbare grootte van haar schijf in boogmaat haar werkelijke grootte vinden. Zoo vonden wij vroeger de grootte van de maan. Voor de planeten kunnen wij den afstand berekenen op de manier als in § 45 en 46 aangegeven; maar de

eenheid, waarin deze afstanden uitgedrukt zijn, is de gemiddelde afstand van de aarde tot de zon. Willen wij dus alle afstanden in het zonnestelsel in bekende lengtemaat hebben, dan moeten wij den afstand van de zon eerst kennen. Evenals bij de maan wordt hier de afstand uitgedrukt door de parallaxe van de zon.

Om de parallaxe van de zon te vinden, volgt men in beginsel dezelfde methode als bij de maan: van uit twee verschillende plaatsen van de aarde bepaalt men de richting van het hemellichaam; uit het verschil in richting volgt de parallaxe. Omdat echter de waarneming van de zon t.o.v. de sterren zeer moeilijk en onnauwkeurig is, heeft men de methode op verschillende manieren moeten wijzigen.

1ste: waarneming van Mars, als hij in oppositie het dichtst bij de aarde komt. Daar men berekenen kan, hoeveel malen Mars dicht bij ons is dan de zon, is de waargenomen parallaxe van Mars dan in dezelfde verhouding grooter dan de zonsparallaxe.

2de: waarneming van kleine planeten, die in oppositie dicht bij de aarde komen.

3de: waarneming van Venusovergangen. In 1761, 1769, 1874 en 1882 ging Venus in onderste konjunktie voor de zonnenschijf langs. De koorde, die zij op de zonnenschijf beschreef, lag, van uit verschillende plaatsen op aarde gezien, verschillend hoog, door het verschil in parallaxe tusschen Venus en de zon.

4de: op geheel andere wijze is de afstand van de zon te vinden uit den straal van het aberratie-cirkeltje en de snelheid van het licht. Het eerste geeft de verhouding tusschen de snelheid van de aarde en de snelheid van het licht. Meet men op de aarde de snelheid van het licht in meters (methode van Foucault), dan volgt daaruit de snelheid van de aarde, dus de grootte van de aardbaan in meters.

Als uitkomst uit deze verschillende bepalingen werd gevonden:

De parallaxe van de zon bedraagt 8",80.

Hieruit volgt voor den afstand zon—aarde  $\frac{206265}{8,80} = 23440$  aard-

stralen, of 150 millioen K.M. Met deze waarde van de eenheid kunnen wij alle afstanden in het zonnestelsel in aardstralen of in kilometers uitdrukken.

§ 55. Met deze waarde voor de parallaxe en den afstand van de zon kan men ook alle verdere afmetingen in het zonnestelsel in aardstralen of kilometers uitdrukken en zoo de grootte der andere hemellichamen leeren kennen.

De schijnbare middellijn van de zon is  $\frac{1}{2}^\circ$ ; nauwkeurige metingen geven op den gemiddelden afstand aarde—zon  $32'2''$ , de schijnbare straal is dus half zoo groot; dit is  $\frac{961''}{8,8''} = 109$  maal grooter dan de zonsparallaxe; dus de straal van de zon = 109 aardstralen. Bereken hieruit het volume van de zon ( $109^3 \times$  het volume van de aarde). De massa van de zon is slechts 330,000 maal grooter dan die van de aarde. De gemiddelde dichtheid van de zon is dus kleiner dan die van de aarde, in de verhouding  $\frac{330000}{109^3}$ . Als de gemiddelde dichtheid van de aarde  $5\frac{1}{2}$  is, wordt de gemiddelde dichtheid der zon ongeveer 1,4, als water = 1 gesteld wordt.

Op dezelfde manier kan men van de andere hemellichamen middellijn, inhoud en dichtheid vinden. Nemen wij als voorbeeld Jupiter. In een oppositie vertoont hij zich als een schijf met een middellijn van  $47''$ . De afstand tot de aarde is dan  $5,2 - 1 = 4,2$  zonsafstanden; hoe groot zou die schijf er uitzien op den afstand aarde—zon?  $47'' \times 4,2 = 197''$ . Op dienzelfden afstand vertoont zich de straal van de aarde onder een hoek van  $8'',8$ ; dus de straal van Jupiter =  $\frac{197''}{2 \times 8,8''} = 11,2$  aardstralen. Zijn

inhoud wordt dan  $1400 \times$  die van de aarde. Hoe vinden wij zijn massa? De 4de maan loopt in  $16\frac{2}{3}$  dag in een baan, waarvan de straal 26 Jupiterstralen, dus  $26 \times 11,2 = 291$  aardstralen is. Vergelijkten wij dit met de maan van de aarde volgens de formule van § 50:

$$\frac{m_1}{m_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^3 \times \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2, \text{ dus hier } \left(\frac{291}{60}\right)^3 \times \left(\frac{27\frac{1}{3}}{16\frac{2}{3}}\right)^2, \text{ dan vinden wij } 306.$$

Hieruit volgt voor de dichtheid van Jupiter  $\frac{306}{1400} = 0,22$  keer de dichtheid van de aarde. Evenals de zon, bestaat dus ook Jupiter gemiddeld uit een veel lichtere stof dan de aarde.

Op deze wijze kan men voor alle planeten zulke getallen berekenen,

die een beeld van haar grootte, omvang en substantie geven. Daar wij voor onze berekening benaderde getallen gebruiken, krijgen wij eenigszins andere waarden dan uit de beste en nauwkeurigste gegevens zouden volgen.

In de volgende tabel is voor de zon en de planeten opgegeven: wat de straal is, de inhoud, de massa en de dichtheid van elk, vergeleken met dezelfde grootheden voor de aarde als eenheid.

	Straal	Inhoud	Massa	Dichtheid
Zon	109	1301000	333432	0,256
Mercurius	0,37	0,050	0,056	1,1
Venus	0,97	0,90	0,82	0,91
Mars	0,54	0,157	0,108	0,69
Jupiter	11,1	1295	318	0,25
Saturnus	9,4	745	95	0,13
Uranus	4,0	63	14,6	0,23
Neptunus	4,3	78	17,3	0,22

De zon overtreft dus verre alle planeten in grootte en massa. Onder de planeten ziet men, dat de vier buitenste aanmerkelijk van de aarde verschillen. Zij zijn veel grooter dan de aarde en van aanmerkelijk lichtere stof gemaakt. Daarentegen komen de vier binnenste veel meer met de aarde overeen, zoowel in grootte als in dichtheid.

§ 56. Met een verrekijker ziet men op de zon kleine zwarte vlekken, door een grijzen rand omgeven; deze zonnevlekken werden kort na de uitvinding der verrekijkers voor het eerst door Scheiner ontdekt (1611).

Men kan ze het best waarnemen door het okulair van den kijker iets uit te schuiven, en het zonnebeeld achter den kijker op een blad papier op te vangen. Men ziet dan, als het beeld goed scherp gesteld is, duidelijk, dat de randen van de zon wat minder helder en rossiger zijn dan het midden, evenals of het zonlicht door een omgevenden dampkring is gegaan. Op de schijf ziet men dan hier en daar zonnevlekken, dikwijls



door wat heiderder gedeelten (fakkels) omgeven. (Zie Plaat 1. Fig. 1.) Volgt men zulk een vlek van dag tot dag, dan ziet men dat de plaats verandert.

De plaats van een zonnevlek is gemakkelijk te meten door op het papier een rechthoekig kruis te trekken met een deellijn; men legt het papier zoo, dat een of ander vlekje bij het voortloopen van het zonnebeeld over het papier precies op de deellijn blijft. Dan loopt deze deellijn evenwijdig aan den aequator, en het kruis maakt hoeken van  $45^\circ$  daarmee. Met een horloge neemt men de oogenblikken waar, waarop bij het voortloopen van het zonnebeeld een vlek, b.v. P de beide kruislijnen passeert. Kent men ook den tijd, waarop het zonsmiddelpunt de beide kruislijnen passeert, dan is daaruit gemakkelijk de plaats van P t.o.v. het middelpunt te berekenen. Nu is het middelpunt zelt niet waar te nemen; in plaats daarvan neemt men de oogenblikken waar, waarop de zonsranden

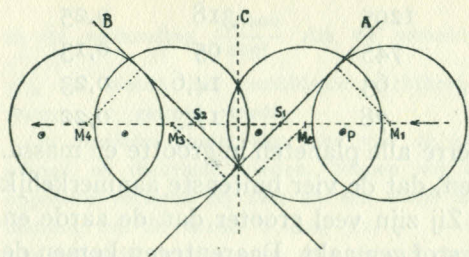


Fig. 83.

de kruisende lijnen aanraken. Noem deze tijden  $t_1$   $t_2$   $t_3$   $t_4$ , dan is  $\frac{t_1 + t_3}{2}$  de tijd, waarop het middelpunt lijn A passeerde;  $\frac{t_2 + t_4}{2}$  de tijd, waarop het lijn B passeerde. Het gemiddelde van deze twee tijden is het tijdstip, waarop het middelpunt de denkbeeldige lijn C, die N.—Z. loopt door de pool, passeert; het verschil van die twee tijden is de tijd van weg  $S_1 S_2$ , dus  $= 2 \times$  de hoogte van de baan  $M_1 S_1 S_2 M_4$  boven het kruispunt van A en B, in tijdmaat uitgedrukt. Uit de tijden  $T_1$  en  $T_2$ , waarop de vlek P de lijnen A en B passeert, vindt men op dezelfde wijze den doorgangstijd door C en de hoogte boven het snijpunt. De verschillen van deze waarden met die voor het middelpunt geven het verschil in R. Kl. en deklinatie tusschen vlek en zonsmiddelpunt, altijd nog in tijdmaat uitgedrukt. Deze kan men in den straal van de zonnenschijf als eenheid uitdrukken, als men bedenkt, dat  $M_1 M_3 = 2 \sqrt{2} \times r$ ; dus  $\frac{t_3 - t_1}{2 \sqrt{2}}$  en evenzoo  $\frac{t_4 - t_2}{2 \sqrt{2}}$  geven aan, welk tijdsverloop met  $r \times$  den straal van de zon overeenkomt. Zoo werd bij een waarneming gevonden:

$$t_1 = 5 \text{ m. } 20 \text{ s.}, t_2 = 5 \text{ m. } 55 \text{ s.}, T_1 = 6 \text{ m. } 15 \text{ s.}, T_2 = 7 \text{ m. } 0 \text{ s.},$$

$$t_3 = 8 \text{ m. } 30 \text{ s.}, t_4 = 9 \text{ m. } 0 \text{ s.} \text{ Hieruit volgt } \frac{t_1 + t_3}{2} = 6 \text{ m. } 55 \text{ s.},$$

$$\frac{t_2 + t_4}{2} = 7 \text{ m. } 27,5 \text{ s.}, \text{ waaruit men vindt, dat de vlek op } 6 \text{ m. } 37,5 \text{ s.},$$

en het middelpunt op 7 m. 11 s. de verticale lijn C passeerde, de eerste een afstand 22,5 s., het tweede een afstand 16 s. boven het kruispunt. De vlek liep dus 33,5 s., voor en 6,5 s. ten Noorden van het zonsmiddelpunt; of daar de straal met 66,5 s. overeenstemt, stond de vlek 0,51 r meer Westelijk en 0,09 r meer Noordelijk dan het middelpunt. Zoo kan men ook op volgende dagen doen. Heeft men gelegenheid zulk een zonnevlek een tijdje van dag tot dag te volgen en geregeld de plaats te bepalen, dan ziet men, dat zij zich verplaatst over de zonnenschijf in Westelijke richting, meest in een enigszins gebogen lijn (Fig. 84). Hieruit ziet men, dat de zon om een as wentelt, die nagenoeg, maar niet geheel, loodrecht op de ekliptika staat.

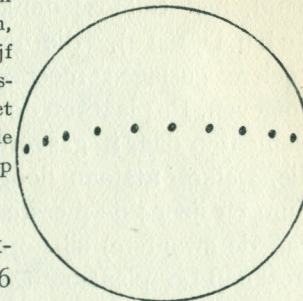


Fig. 84.

Uit de beweging van de zonnevlekken blijkt, dat de zon in omstreeks 26 dagen om haar as wentelt, in dezelfde richting als de planeten om haar rondloopen. Deze omwentelingsduur, die aan den zonsaequator 25 dagen bedraagt, wordt verder naar de polen toe eenige dagen langer.

Dit verschil bewijst reeds, dat het zonsoppervlak niet vast is. Dit blijkt ook uit het steeds nieuw ontstaan, de voortdurende veranderingen en het weer verdwijnen der vlekken. (Zie Fig. 2. Plaat I.) Men beschouwt de zonnevlekken als een soort holten in de lichtende gloeiende massa der zon, waar onderin een lagere temperatuur heerscht dan in de omgeving; daardoor is de kern van de vlek betrekkelijk (niet absoluut) donker.

Metingen van de uitstraling der zon hebben geleerd, dat de temperatuur van de buitenste lagen minstens  $6000^{\circ}$  Celsius, en daar onder nog wel een paar duizend graden hooger is. Daar alle bekende stoffen reeds bij veel geringer hitte vervluchtigen en voor een deel reeds in haar elementen ontleed (gedissocieerd) zijn, moet de zon uit gloeiende gassen bestaan, die door hun onderlinge aantrekking tot vrij groote dichtheid ( $0,25 \times$  die der aarde, dus  $1,4 \times$  de dichtheid van water) samengeperst zijn.

Het spectrum van de zon is een doorlopende kleurenband, met talloze donkere absorptielijnen (Fraunhofer'sche lijnen), die ontstaan, doordat het zonlicht door de koelere gaslagen moet gaan, die de lichtuitstralende lagen omgeven. De plaats en de golflengte van deze lijnen toonen, welke elementen daar in gasvorm aanwezig zijn; de sterkste lijnen zijn die, welke ontstaan door waterstof, natrium, calcium, magnesium en ijzer; de meeste bekende elementen (met uitzondering van de zwaarste) zijn op de zon aangetroffen. Door den spectrokoop op plaatsen even buiten den rand van de zon te richten, krijgt men van deze ijlere gaslagen een spectrum van lichtende lijnen. Het blijkt daarbij, dat nu eens hier, dan weer daar aan den zonsrand (vooral waar een zonnevlek bij den rand komt) deze gasmassa's zich hoog verheffen in uitbarstingen, die snel ontstaan, hun gedaante veranderen en weer ineenzinken; hier spelen de elementen waterstof, helium (waarvan donkere lijnen niet in het gewone zonnenspectrum voorkomen) en calcium de hoofdrol.

Bij totale zonsverduisteringen, waarbij de lichtende zonneschijf door de maan geheel wordt bedekt, ziet men de omgeving van de zon buiten de donkere maanschijf uitsteken en deze omgeven met een aureool van zacht licht, de korona. (Zie Fig. 3, Plaat I.) Voor een deel is dit teruggekaatst zonlicht, dat



DE MAAN OP 19 SEPT. 1894 (fot. Parijs).

op de kleine stofdeelen valt, die zich in de buurt van de zon bevinden, voor een deel ook straling van uiterst ijl, onbekend gas (z.g. koronium). Vlak aan den maanrand ziet men dan hier en daar de zooeven vermelde uitbarstingen als roode vlammen uitsteken (protuberanzen).

De werkingen in de zon zijn niet altijd even sterk, maar wisselen in een periode van ongeveer 11 jaren. In die periode wordt het aantal zonnevlekken afwisselend grooter en kleiner (maximum in 1905, minimum in 1913); tegelijk wordt het aantal noorderlichten op aarde en het bedrag der kleine dagelijksche storingen van de magneetnaald beurtelings grooter en kleiner. Daaruit blijkt, dat van de zonnevlekken een straling van elektromagnetisch karakter uitgaat.

§ 57. Van de donkere lichamen van ons zonnestelsel is de m a a n veel dichter bij ons dan een der andere. Haar oppervlakte kunnen wij dus met een kijker het nauwkeurigst onderzoeken.

Met het bloote oog zien wij een aantal donkere vlekken op de maan, altijd onveranderlijk in dezelfde gedaante. D e m a a n keert dus steeds dezelfde zijde naar de aarde toe.

Daaruit volgt, dat de maan in denzelfden tijd om haar as draait, als zij om de aarde loopt, dus in  $27\frac{1}{3}$  dag. Omdat deze aswenteling van nature volkomen gelijkmatig is, maar de beweging om de aarde beurtelings sneller en langzamer, blijft hetzelfde punt voor ons niet precies op het midden van de maanschijf staan. Ook staat de omwentelingsas niet precies loodrecht op de baan. Door beide oorzaken moet het beeld van de maanvlekken een weinig op en neer en heen en weer schijnen te schommelen (libratie).

Door een kijker ziet men, dat de oppervlakte van de maan met b e r g e n en dalen dicht bedekt is. Men ziet bijna altijd (behalve bij volle maan) scherp begrensde pikzwarte vlekken,

s c h a d u w e n, die des te langer zijn, naarmate men dichtër bij de grens van het lichte en donkere deel komt. Deze lichtgrens is niet een regelmatige ellips of rechte lijn, maar een onregelmatige brokkelige lijn; in het donkere deel steken lichte uitsteeksels uit, en ook losse lichtvlekjes (toppen van bergen, die reeds door de zon beschenen worden), terwijl lage holten binnen de lichtgrens nog zwart zijn. Naarmate de lichtgrens zich verder van een plaats verwijderd, de zon dus voor deze plaats hooger rijst, wordt de schaduw korter.

De schaduwen zijn altijd pikzwart en scherp begrensd, zonder tusschentinten. Dit wijst op wat ook op andere wijze gevonden is: dat de maan geen dampkring heeft.

Men heeft dit het scherpst aangetoond door de waarneming van sterbedekkingen door de maan. Telkens schuift de maan voor een of andere ster langs. Was er een dampkring, dan zou het licht van de ster gebroken worden, en wij zouden de ster later zien verdwijnen en weer vroeger verschijnen dan uit de grootte van de maanschijf alléén zou volgen. Hiervan is niets bemerkt; [de breking door een maandampkring zou hoogstens een enkele sekonde kunnen bedragen, terwijl zij bij de aarde ruim 30' is. Dus kan daar geen gas zijn, dat dichtër is dan  $\frac{1}{1000}$  van de aardatmosfeer.]

Op plaat II, naar een te Parijs genomen fotografie van de maan, ziet men de verschillende vormingen zeer duidelijk; nog beter komt haar karakter uit op de beide afbeeldingen van kleine deelen van de maan op Plaat III. Men ziet daar, dat de gedaante van de maanbergen heel anders is dan op de aarde. Bijna alle zijn ronde wallen; zij worden walvlakten, ringbergen of kraters genoemd, al naar hun grootte. Zij komen voor in allerlei grootte, van reusachtige ringen van 100 K.M. middellijn tot kleine, nauwelijks zichtbare kratertjes of putten (van een enkelen K.M.) toe.

Binnen en op de wallen van de groote vindt men weer kleinere. Zij vullen de gedeelten van de maan, die wij het helderst zien, bijna geheel. Daarentegen zijn de groote grijze vlekken, die wij met het bloote oog zien (ook wel zeeën genoemd), vrij effene vlakten, waar slechts hier en daar ringbergen en kraters uit opsteken. Eigenlijke gebergten zijn er op de maan weinig: slechts enkele hooggelegen langwerpige rotsgebieden, die niets op aardse bergruggen gelijken. Op enkele plaatsen bemerkt men diepe lange rechte ravijnen (rillen).

In de 17de eeuw, toen met behulp van verrekijkers de eerste kaarten van de maan gemaakt werden, heeft men aan de maanbergen namen gegeven, meest naar beroemde wis- en sterrekundigen. De mooiste en grootste ringbergen zijn: de Tycho (op Plaat II 25 m.M. boven het Z-punt van de maan), de Copernicus en de Kepler (5 en 3 c.M. van rechts, wat boven het midden). Onder de rotsgebergten zijn de Apennijnen het mooist (3,5 c.M. beneden de N. pool); zij steken juist met eerste en laatste kwartier in het donkere deel uit.

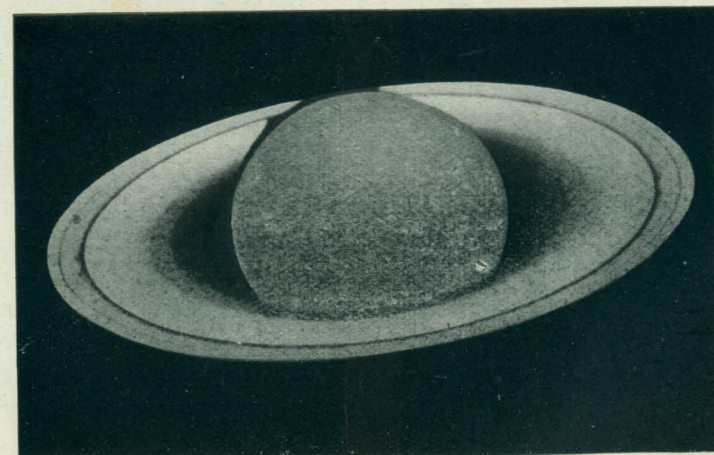
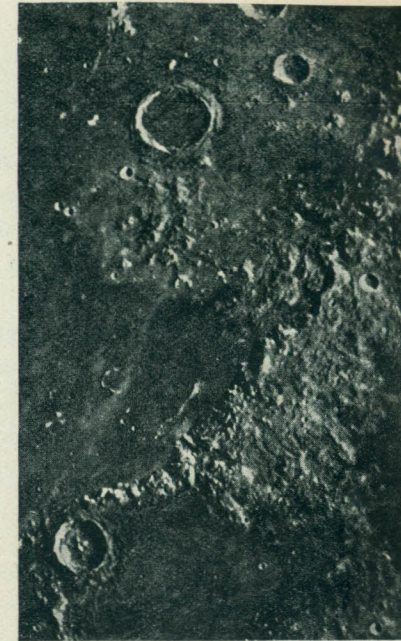
Voor wie een kleinen kijker bezit, is de maan door haar talloze bergen met hun altijd wisselende belichting en schaduwvormen het mooiste hemellichaam om te bekijken en telkens opnieuw te onderzoeken. In plaats van het moeilijke teekenen van al deze vormen gebruikt men tegenwoordig de fotografie.

Bij het ontstaan van al deze vormen heeft blijkbaar het water geen merkbare rol gespeeld; zulke door het water uitgeslepen diepe dalen met steile randen, als op aarde algemeen zijn, komen op de maan niet voor. Alle ongelijkheden van het maanoppervlak zijn vulkanische vormingen. De groote grijze vlakten zijn waarschijnlijk (evenals de oceaانبekkens op aarde) inzinkingsgebieden (door het inkrimpen bij afkoeling), die op de maan echter naderhand met lava zijn volgelopen. De ronde walvlakten en ringbergen worden verklaard door ebbe en vloed in het vloeibare binnenste, waardoor telkens de vaste korst door druk van beneden gebroken werd,

waarna lava uitvloeide en weer terugvloeide. Een aanwijzing, dat sommige ringbergen vroeger als echte vulkanen gewerkt hebben, vindt men in de witte strepen, die men bij volle maan (als er geen schaduwen zijn) straalsgewijs van hen ziet uitgaan (vooral van Tycho, ook van Kepler) en die men voor aschstrepen houdt.

§ 58. Van de natuurlijke gesteldheid van **Mercurius** en **Venus** weet men zeer weinig. Men ziet door verrekijkers wel duidelijk op bepaalde tijden hun sikkelvormige of halfcirkelvormige gedaante; maar men ziet zoo weinig duidelijke vlekken, dat men omtrent hun omwentelingstijd om hun as niets zekers weet. Venus is omringd door een dichten dampkring; mogelijk zien wij steeds bovenop een ondoordringbare wolkenlaag.

Op de schijf van **Mars** ziet men met goede kijkers vlekken, die zich langzaam verplaatsen, maar er na een dag weer ongeveer gelijk uitzien. Deze vlekken zijn vaste figuren op de oppervlakte van Mars; doordat Mars om zijn as wentelt, verplaatsen zij zich en is telkens een andere kant van de planeet naar ons toegekeerd. Uit het telkens terugkeeren van dezelfde vlekken (die al in de 17de eeuw waargenomen zijn) is gevonden, dat Mars in 24 uren, 37 min., 23 sek. om zijn as draait; deze as maakt een hoek van  $25^\circ$  met de ekliptika, zoodat soms de N.pool, soms de Z.pool naar ons toegekeerd is. Op de plaats van de zichtbare pool ziet men bijna altijd een witte vlek, terwijl overigens de lichte gedeelten van de planeet rossig geel, de donkere vlekken groengrijs getint zijn. Omdat zij, als het zomer voor die pool is, steeds kleiner worden en in den wintertijd weer aangroeien, houdt men de witte poolvlekken voor sneeuw- en ijsgebieden. Mars heeft een dampkring — hoewel minder dicht en doorschijnender dan de onze — waarin nu en dan



1. MAANKRATER COPERNICUS (fot. Yerkes sterrewacht).  
2. MAANLANDSCHAP APENNIJNEN EN ARCHIMEDES (fot. Parijs).  
3. SATURNUS (Trouvelot).

nevels zichtbaar zijn. Men houdt de donkere gebieden voor water of daaraan aansluitende vegetatie, en de lichte, gele gebieden voor land of dorre woestijn. In 1877 ontdekte Schiaparelli te Milaan, dat over het lichte deel dunne rechte zwarte strepen in allerlei richtingen loopen, die men kanalen noemt (Zie Plaat I, fig. 4.) Ook in deze donkere en lichte vlekken komen veranderingen in tint en zichtbaarheid met het jaargetijde voor.

Om Mars loopen 2 zeer kleine maantjes rond, het een in 7 u. 9 m. (slechts 1,8 keer de straal van Mars van het oppervlak van de planeet verwijderd), het ander in 30 u. 18 m. Het eerste loopt dus sneller rond dan dat de planeet om haar as draait; op Mars ziet men deze dus, tegen de sterren in, in het W. opkomen en in het O. ondergaan.

§ 59. Op de planeet **Jupiter** ziet men reeds met een klein kijkertje twee donkere strepen, die dicht bij het midden in de richting O.—W. loopen. Met een grooten kijker blijken het twee donkere banden te zijn, met talrijke onregelmatigheden, lichte en donkere vlekken. (Zie Plaat I, fig. 5 en 6). Deze verplaatsen zich vrij snel en toonen, dat Jupiter in 9 u. 50 m. om een as wentelt, die nagenoeg loodrecht op de ekliptika staat. De beide donkere banden liggen aan weerszijden van den aequator. Door deze snelle aswenteling heeft Jupiter een sterke afplating van  $\frac{1}{15}$ ; op het oog is te zien, dat de Jupiterschijf loodrecht op de aequatorbanden iets samengedrukt is. De vlekken in de strepen en banden veranderen van vorm; ze zijn geen deel van een vaste oppervlakte. Men neemt aan, dat wij bij Jupiter boven op een dichte wolkenmassa zien, die de planeet zelf onzichtbaar maakt. Dit wordt ook hierdoor bevestigd, dat men uit vlekken, die verder van den aequator af liggen, een grooteren omwentelingstijd



vindt, dan uit vlekken aan den aequator. Er wordt dikwijls aangenomen, dat Jupiter nog roodgloeiend is, en dat daardoor die geweldige wolkenmassa's hoog in den dampkring zweven.

Sinds de ontdekking door Galilei zijn 4 manen van Jupiter bekend, die door een klein kijkertje gemakkelijk zichtbaar zijn. Ze zijn evenals onze maan maar weinig kleiner dan Mercurius.

De beweging van deze manen om Jupiter geeft aanleiding tot talloze steeds wisselende verschijnselen. Zij bewegen zich aan weerszijden van Jupiter heen en weer in perioden, die in het lijstje hieronder staan; daarnaast staan de werkelijke omlooptijd (die op dezelfde wijze met de periode samenhangt als bij onze maan) en de halve groote as van de nagenoeg cirkelvormige baan, in aequatorstralen van Jupiter als eenheid.

I	1 d. 18 u. 28,6 m.	1 d. 18 u. 27,6 m.	5,91
II	3 13 17,9	3 13 13,7	9,40
III	7 3 59,6	7 3 42,5	14,99
IV	16 18 5,1	16 16 32,1	26,36

De omlooptijd en de afstand voldoen aan de 3de wet van Kepler.

Voortdurend ziet men deze manen voor Jupiter langs gaan of, als ze achter de planeet omloopen, door hem bedekt worden. Zien wij Jupiter, buiten oppositie, in andere richting dan waarin de zon er op schijnt, dan ziet men achter Jupiter de manen in de schaduw van de planeet wegduiken en, als zij vóór Jupiter staan, haar schaduwen als kleine zwarte stipjes over de Jupiterschijf trekken.

In den laatsten tijd zijn er nog 4 zeer kleine maantjes bij ontdekt: één vlak bij Jupiter, dat in 12 uren rondloopt, en 3 op grooten afstand en in zeer schuine banen, die 8 maanden, 9 maanden en 2 jaren daarvoor besteden.

§ 60. Toen **Saturnus** in de 17de eeuw door Galilei en anderen met kleine primitieve kijkertjes bekeken werd, vertoonde hij zich in raadselachtig wisselende gedaanten; soms eivormig, of rond, of driedubbel, of met ooren. Eerst Huygens loste het raadsel van Saturnus op door de ontdekking, dat Saturnus op

eenigen afstand door een dunnen, platten ring omgeven is. Daar de planeet in de richting loodrecht op het vlak van den ring sterk afgeplat is (de poolas is  $\frac{1}{10}$  kleiner dan de middellijn van den aequator), moet de ring in het vlak van den aequator van Saturnus liggen.

Het vlak van den ring, dus van den Saturnusaequator, maakt een grooten hoek (van  $28^\circ$ ) met de ekliptika. De ring keert dus soms den bovenkant, en in 't tegenovergestelde punt van de baan den benedenkant schuin naar de zon toe; daartusschen ligt een plaats, waar het vlak

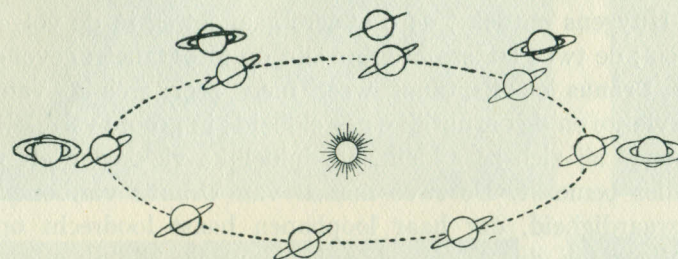


Fig. 85.

van den ring door de zon gaat. Daar wij ons steeds dicht bij de zon bevinden, zien wij den Saturnusring vrijwel evenzoo als hij van uit de-zon gezien wordt. In fig. 85 geven de 5 figuren buiten en boven de Saturnusbaan de gedaante weer, die Saturnus in die punten van zijn baan van uit het midden gezien vertoont. Staat Saturnus in het einde van den Waterman of van den Leeuw (lengte  $352^\circ$  en  $172^\circ$ ), dan gaat het vlak van den ring door de zon en de aarde; daar de ring uiterst dun is, zien wij er niets van en vertoont de planeet zich gewoon rond. Daarna wordt de ring als een smalle ellips zichtbaar. Naarmate Saturnus voortloopt, zien wij in de volgende jaren de ellips steeds breeder, dus de ring vertoont zich steeds verder geopend. Na  $\frac{1}{4}$  omloop, als Saturnus in het einde van den Stier gekomen is, zien wij den ring zoover mogelijk geopend (in Schorpioen en Schutter zien wij den Noordelijken kant, zooals in de rechter figuur; in Stier en Tweelingen den Zuidelijken kant van den ring als in de linker figuur).

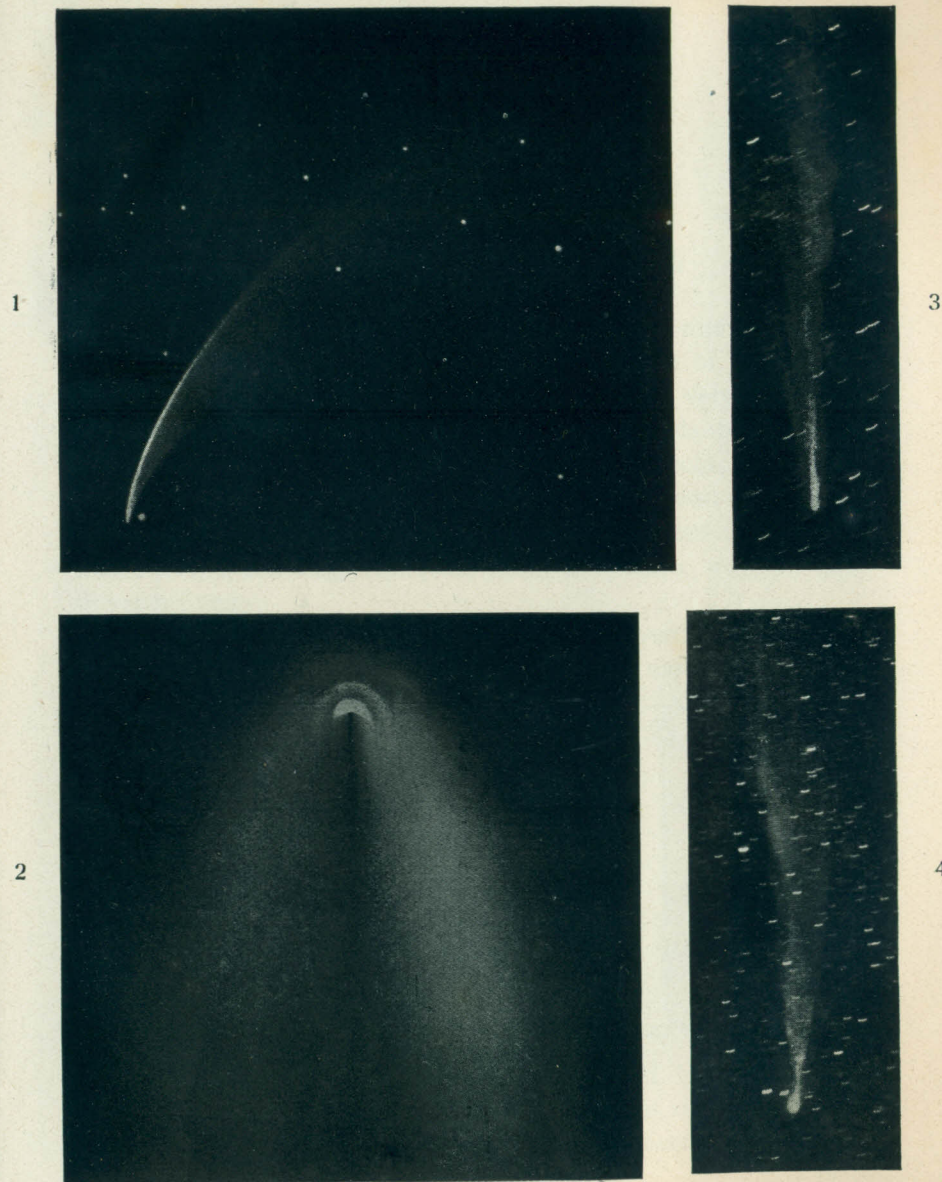
Men ziet met goede kijkers niet één ring, maar eenige ringen

binnen elkaar, door donkere tusschenruimten gescheiden en niet alle even helder. (Zie Plaat III, fig. 3.) Deze afzonderlijke ringen zijn ook niet ongedeelde lichamen, maar bestaan uit een groot aantal kleine lichaampjes, die als maantjes om Saturnus loopen, alle nagenoeg in hetzelfde vlak binnen en buiten elkaar.

Slechts zelden ziet men duidelijke vlekken op Saturnus. De aswentelingstijd is 10 u. 14 m., dus zeer snel, evenals bij Jupiter.

Van de 10 manen, die om Saturnus loopen, is de grootste reeds door Huygens ontdekt, de 9 andere gaandeweg in de volgende eeuwen; de twee laatst ontdekte zijn op fotografieën gevonden.

Bij **Uranus** en **Neptunus** weet men zeer weinig van de oppervlakte en de natuurlijke gesteldheid; in groote verrekijkers vertoonen zij zich zeer klein, en duidelijke vlekken heeft men nog niet bemerkt. De twee manen van Uranus vertoonen de merkwaardigheid, dat haar loopbanen haast loodrecht op de ekliptika staan, dus de as van de planeet waarschijnlijk nagenoeg in de ekliptika valt. De maan van Neptunus loopt onder een grooten hoek in tegengestelde richting als de planeten om de zon en de meeste manen om haar planeet loopen.



1. KOMEET VAN 1858. (Bond). 2. KOP VAN DE KOMEET VAN 1858.  
3 en 4. KOMEET VAN 1908 OP 25 EN OP 23 FEBR. (fot. Lick sterrewacht).



## 16. KOMETEN EN METEOREN.

§ 61. Nu en dan verschijnen aan den hemel merkwaardige hemellichamen, die naar hun uiterlijk k o m e t e n of s t a a r t - s t e r r e n genoemd worden. Zulk een komeet vertoont zich meest als een nevelige ster, waarvan een steeds breeder en flauwer wordende nevelige staart uitgaat : soms recht, soms min of meer gekromd. Zij kunnen op allerlei plaatsen van den hemel opduiken, beschrijven een of anderen weg tusschen de sterren, waarbij zij soms nog helderder, daarna zwakker worden, tot zij verdwijnen.

Dat deze kometen hemellichamen zijn, die verder van ons af zijn dan de maan, werd door Tycho Brahe aangetoond ; hij bepaalde de parallaxe van een komeet en vond, dat deze veel kleiner was dan de maanparallaxe, Zij moeten door de ruimte loopen onderworpen aan de aantrekkingskracht van de zon. Daar zij alleen een korten tijd zichtbaar zijn en daarna weer verdwijnen, nam Newton aan, dat de banen der kometen parabolen zijn met de zon tot brandpunt (Fig. 86). Dit werd door de berekening bevestigd. Een komeet komt dus van uit de diepten der wereldruimte, ver buiten het zonnestelsel, nadert door de aan-

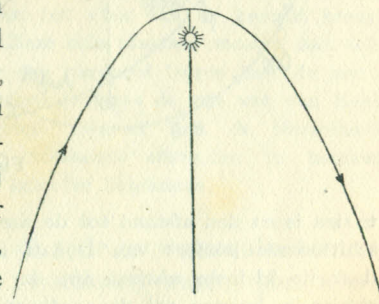


Fig. 86.

trekking van de zon deze steeds meer en steeds sneller, loopt in snelle vaart een halven slag om de zon heen en vliegt dan weer weg, steeds meer vertragend, in dezelfde richting van waar zij gekomen is.

Kent men de grootte en de ligging van de parabool, waarin een komeet loopt, dan kan men de plaats in de ruimte vinden, waar zij zich op elk oogenblik ophoudt; en daaruit de richting, waarin zij van uit de aarde

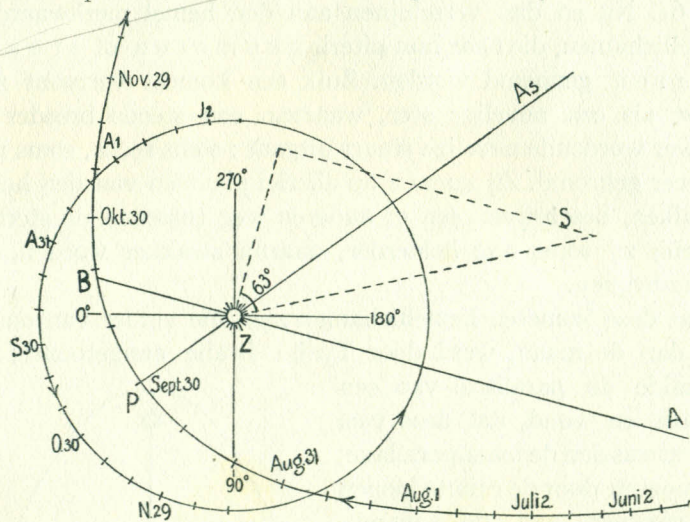


Fig. 87.

te zien is en den afstand tot de aarde. Nemen wij als voorbeeld de groote schitterende komeet van Donati uit 1858. Wij teekenen de parabool; daar de kleinste afstand tot de zon (periheliumafstand) 0,58 aardbaanstralen is, kunnen wij de aardbaan er bij teekenen. Op de parabool (Fig. 87) teekenen wij aan, waar de komeet telkens na 10 dagen stond, uitgaande van 30 September 1858, toen zij in het perihelium, het dichtst bij de zon stond. Nu valt het baanvlak niet in de ekliptika. Om het baanvlak in den goeden stand te brengen, moeten wij het een hoek van  $63^\circ$  wentelen om de lijn AB, zoo, dat P boven komt; wij klappen dus

standdriehoek ZS loodrecht neer en leggen het baanvlak er tegen aan. (Daarvoor op een apart papier uitknippen; van B naar Z een insnijding maken, en evenzoo in het vlak van de aardbaan een snede AZ; dan kunnen we ze in elkaar schuiven.) De snijlijn AB van de beide vlakken ligt in de ekliptika volgens de lengte  $165^\circ$  naar  $345^\circ$ ; daar stond de aarde dus 6 Maart en 7 September. Op de aardbaan kunnen wij nu ook de punten aanteekenen, waar de aarde telkens na 10 dagen stond. Verbinden wij nu de gelijktijdige plaatsen van de komeet en de aarde door draden, dan geven deze richting en afstand van de komeet t.o.v. de aarde op die datums. Bedenken wij dan, hoe deze beide banen t.o.v. de sterrenwereld liggen, dan zien wij, dat in de zomermaanden de komeet in den Leeuw (lengte omstreeks  $140^\circ$  en ten N. van de ekliptika) stond, in den herfst in steeds grooter lengte langs den Grooten Beer liep, in de paar weken omstreeks het perihelium (30 Sept.) met groote snelheid langs Arkturus in Z.O. richting rende, naar den Schorpioen toe, waar haar breedte Zuidelijk werd.

Het omgekeerde vraagstuk moet de sterrekundige oplossen. Hij weet, welke baan de komeet aan den hemel beschreef; gevraagd de baan in de ruimte te vinden. Wij kunnen van uit 3 plaatsen, waar de aarde op 3 van die tijdstippen stond, de lijnen in de ruimte trekken in de richtingen, waar de komeet gezien werd. Maar hoever? Kennen wij op twee van die lijnen den afstand, en dus de plaatsen in de ruimte, dan kunnen we daardoor en door de zon het vlak van de komeet brengen, en de derde plaats is dan bepaald. Deze drie plaatsen moeten dan echter aan de eischen voldoen, dat ze op een parabool liggen met de zon als brandpunt, en dat de doorlopen perken (volgens de 2de wet van Kepler) evenredig zijn met de tusschentijden. Daaruit kan de sterrekundige vergelijkingen afleiden, waaruit de onbekende afstanden te berekenen zijn. En dan is daaruit de geheele baan te berekenen.

Toen Halley op het eind van de 17de eeuw van alle kometen, die in de 16de en 17de eeuw verschenen waren, parabolische banen berekend had, bleek het hem, dat de drie kometen, die in 1531, in 1607 en 1682 verschenen waren, dezelfde baan hadden doorlopen. Hij besloot daaruit, dat dit dezelfde komeet was geweest, die dan natuurlijk niet in een parabool geloopt had, maar in een zeer langwerpige ellips, waarvan de top dicht bij

de zon bijna niet van een parabool is te onderscheiden. Deze ellips wordt dan in 75 à 76 jaren doorloopen. Inderdaad is deze komeet van Halley in 1759, 1835 en 1910 teruggekeerd.

Bij een omloopstijd van 76 jaren behoort volgens de 3de wet van Kepler een halve grootte as van  $\sqrt[3]{76^2} = 18$ ; daar de kortste afstand

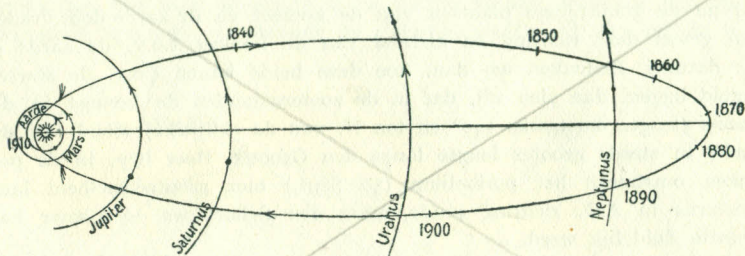


Fig. 88.

tot de zon 0,58 is, verwijderd de komeet zich tot op den afstand 35 à 36 van de zon; de excentriciteit is 0,97 en de korte as van de ellips  $\frac{1}{4}$  van de grootte as. Om den stand in de ruimte te krijgen, moet deze ellips  $17^\circ$  gedraaid worden om een lijn door de zon, die een hoek van  $70^\circ$  met de as maakt, zoo, dat het grootte verwijderde deel beneden de ekliptika komt.

In de 18de en 19de eeuw heeft men met verrekijkers vele kleine kometen waargenomen, die zich als kleine nevelvlekjes vertoonen, die meestal voor het bloote oog onzichtbaar blijven. Daaronder zijn er verscheidene, die in ellipsen rondloopen, dus telkens na een bepaalden omloopstijd terugkomen (periodieke kometen). Den kortsten omloopstijd heeft de komeet van Encke, die telkens na 3,3 jaar terugkomt, en waarvan het aphelium nog binnen de Jupiterbaan ligt (afstand 4,1); verscheidene kometen hebben omloopstijden van 5 tot 7 jaren, waarbij het aphelium in de buurt van de Jupiterbaan ligt. De kometen ondervinden in haar beweging sterke storingen door de aantrekking der planeten; men neemt aan,

dat de kometen met korten omloopstijd deze banen gekregen hebben door de aantrekking van Jupiter, toen zij toevallig zeer dicht bij deze planeet kwamen.

§ 62. Een kleine komeet, of ook een groote, als zij nog ver van de zon af staat, vertoont zich als een nevelmassa met een min of meer duidelijke kern. Komt een van de laatste soort dicht bij de zon, dan ontwikkelt zij een staart, die altijd van de zon is afgekeerd (Fig. 89). De kometenstof stroomt van de zon af, door een of andere kracht van de zon afgestooten. Terwijl zij wegstroomt, loopt de kern met omgevenden nevel (den kop) in de baan voort: daardoor blijft de weggestroomde stof achter, evenals rook bij een lokomotief, en krijgt de staart de gedaante van een kromme sabel, zooals die bij de groote komeet van 1858 (Plaat IV Fig. 1) mooi te zien was. Hoe langzamer de kometenstof wegvliegt, des te sterker zal de staart gekromd zijn.

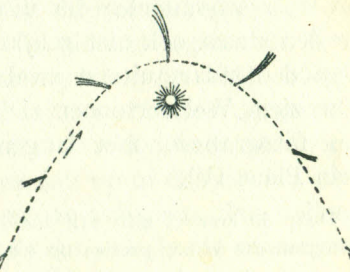


Fig. 89.

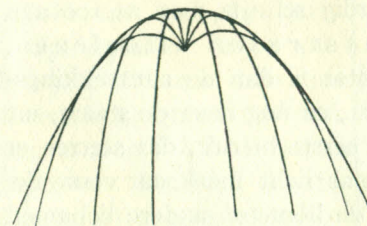


Fig. 90.

Met een kijker ziet men in den kop van een komeet soms eenige lichte ringen om de kern, die grooter worden, als ringen van lichtende stof, die uit de kern afkomstig is en zich naar buiten beweegt, (zie Plaat IV Fig. 2, kop van de groote komeet van 1858). Soms ook ziet men die lichtende nevelstof waaivormig uitstroomen, schommelend van links naar rechts, maar steeds

evenals de ringen naar den kant van de zon gekeerd. Door de afstootende kracht van de zon keeren die deeltjes dan om en stroomen in een gekromde baan naar den staart af (Fig. 90). Evenals een fontein, waar het water in alle richtingen schuin omhoog spuit en door de zwaartekracht in parabolische stralen terugvalt, krijgt ook een kometenkop de gedaante, die in de 2de afbeelding van Plaat IV te zien is.

Door het beurtelings sterker en zwakker worden en het heen en weer schommelen der uitstroomingen kan de lichtende stof in den staart ook niet gelijkmatig verdeeld zijn; daar het licht van den staart uiterst zwak is, kunnen wij daar echter niets van zien. Wel vertoonen zich deze ongelijkheden zeer duidelijk op fotografieën met langen blootstellingstijd (zie Fig. 3 en 4 van Plaat IV).

Daar de komeet zich vrij snel tusschen de sterren door beweegt en de fotografische kijker precies op de komeet gericht wordt gehouden, trekken de sterren streepjes op de plaat, ter lengte van den weg, dien de komeet gedurende de expositie aflegde.

Omtrent den aard van de afstootende kracht, die de zon op de kometenstof uitoefent, nam men vroeger aan, dat het elektrische afstooting was. Tegenwoordig schrijft men ze toe aan de drukking, die de lichtstralen uitoefenen, en die bij kleine stofdeeltjes grooter is dan de aantrekkingskracht. Dat de kop van een komeet, en nog meer de staart, uit uiterst ijle stof bestaat, blijkt ten eerste hieruit, dat sterren er door heen schijnen zonder dat haar licht merkbaar verzwakt wordt en ten tweede hieruit, dat de kometen andere lichamen niet merkbaar aantrekken, dus ondanks haar groot volume slechts een uiterst geringe massa bezitten. Terwijl het licht van den staart grootendeels zonlicht is, dat die deeltjes zichtbaar maakt, straalt de kern eigen licht uit. In een spektroskoop vertoont dit eenige lichtende banden,

die behooren tot het spektrum van gloeiende koolwaterstoffen en andere koolstofverbindingen.

§ 63. Op heldere avonden ziet men nu en dan vallende sterren of meteoren opvlammen, langs den hemel vliegen en dan uitdooven; soms blijft een vurige streep nog een poosje zichtbaar. Door op twee plaatsen, een eindje van elkaar verwijderd, de baan van eenzelfde meteor langs den hemel waar te nemen, kan men zijn baan in de ruimte bepalen. Het blijkt dan, dat ze zeer hoog door de uiterste lagen van den dampkring vliegen, meestal tusschen 300 en 60 K.M. hoog. Zij komen uit de wereldruimte buiten de aarde, dringen in den dampkring in en worden door den weerstand van dit gas gloeiend; meestal branden ze dan op of dooven uit, als hun snelheid uitgeput is. Zijn het groote lichamen, dan vallen ze op de aarde neer (meteorsteenen). In de museums worden een aantal van deze meteorsteenen bewaard: sommige bestaan uit mineraal, andere zoo goed als geheel uit gedegen ijzer.

Op bepaalde dagen van het jaar ziet men deze meteoren in grooter aantal dan anders; zoo b.v. in de eerste helft van Augustus (9—10 Augustus) en op 13—14 November. Teekent men in zulk een nacht de banen van

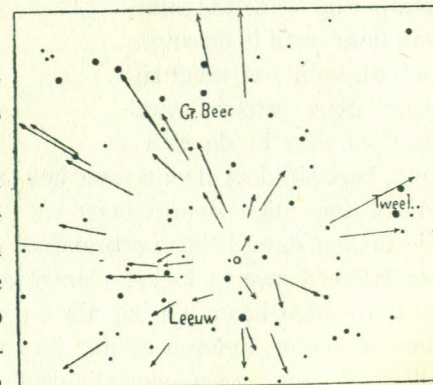


Fig. 91.

de vallende sterren op een sterrekaart, dan bemerkt men, dat zij grootendeels uit een bepaald punt van den hemel uitstralen, het radiatiepunt. (Zie Fig. 91, waar

de plaats van het radiatiepunt door een cirkeltje is aangegeven.) Dit is natuurlijk een perspectiefisch verschijnsel, evenals in een lange rechte baan alle evenwijdige lijnen, die weg en boomen

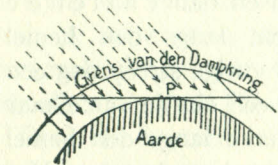


Fig. 92.

begrenzen, in de verte in één punt schijnen samen te komen. Deze meteoren loopen dus alle in evenwijdige banen op ons toe (Fig. 92); de richting van hun weg wordt aangegeven door de lijn van ons oog naar het radiatiepunt. Voor de meteoren van

13—14 November ligt dit radiatiepunt in den kop van den Leeuw (Fig. 91), voor de Augustusmeteoren in het Noorderlijkst deel van Perseus; daarom worden de eerste wel Leoniden, de andere Perseïden genoemd. Telkens als de aarde op 14 November op hetzelfde punt van haar baan in de ruimte terugkomt, ontmoet zij daar dien stroom van deeltjes, die in de richting, bepaald door de lijn naar het radiatiepunt, voortloopen; zij vliegt door dien zwerm heen en vangt er een aantal van op, die in den dampkring verbranden. Deze meteoren moeten dus, evenals een zwerm kleine planeetjes, om de zon loopen in een ellipsvormige baan, die zij als een ring geheel bezetten. Zulke meteoreringen kunnen er dus nog veel meer bestaan, daar wij alleen diegene waarnemen, die de aardbaan snijden.

De Novembermeteoren zijn niet in elk jaar even talrijk. In 1799, 1832, 1833, 1866, 1867 waren zij zoo talrijk, dat zij als sterreregens werden waargenomen. Daaruit blijkt, dat deze meteoren in een periode van 33 jaren rondloopen; op één

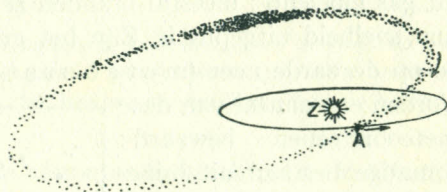


Fig. 93.

plaats van den ring zijn zij dicht opeengehoopt. (Fig. 93). Bij de berekening van de baan bleek, dat deze Novembermeteorzwerm dezelfde baan doorloopt als een komeet, die in 1866 waargenomen werd en ook een omloopstijd van 33 jaren heeft. Daaruit leidt men af, dat meteorzwermen er van verre uitzien als kometen, en dat dus omgekeerd kometen, behalve uit gloeiend koolwaterstofgas, uit een dichten zwerm meteoren bestaan.

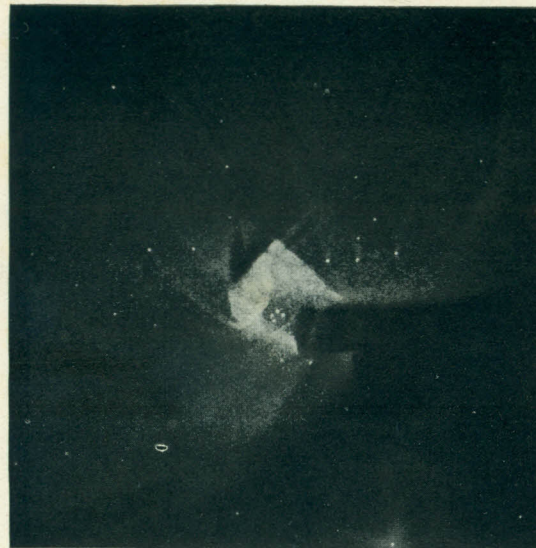
## 17. DE VASTE STERREN.

§ 64. De afstand van een vaste ster is te vinden door haar jaarlijksche parallaxe te meten (zie § 43).

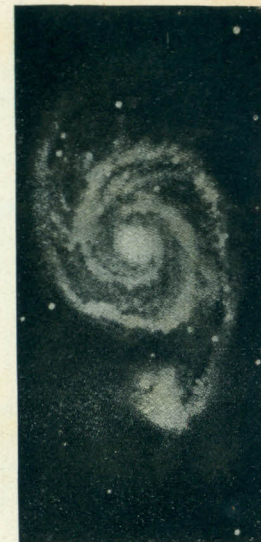
Een boogje van 1" is 206265 keer op den straal begrepen. Heeft een ster dus een parallaxe van 1", dan is haar afstand 206265 × den afstand van de aarde tot de zon. Is de parallaxe p", dan is de afstand  $\frac{1}{p} \times 206265$  zonsafstanden. Bereken hoeveel tijd het licht noodig heeft, om dezen afstand te doorloopen.

In de 19de eeuw is van een aantal sterren de parallaxe gemeten. De grootste parallaxe, nl. 0,"76, heeft een hier onzichtbare ster van de 1ste grootte in Centaurus; dit is dus de dichtstbijzijnde vaste ster. Verscheidene sterren hebben parallaxen boven 0,"1 (b.v. Sirius 0,"38, Procyon 0,"30, Altair 0,"24, Wega 0,"15 en eenige veel kleinere, zelfs voor het bloote oog onzichtbare, sterren). Kleinere parallaxen zijn moeilijk te meten; de overgrootte meerderheid der sterren heeft veel kleinere parallaxen, zelfs kleiner dan 0,"01; deze sterren zijn dus meer dan 20 millioen zonsafstanden van ons verwijderd.

Naarmate eenzelfde ster verder van ons verwijderd is, zal zij ons kleiner toeschijnen, d.w.z. zwakker van licht (want alle sterren vertoonen zich als even kleine lichtpunten). De helderste sterren noemen wij van de 1ste grootte, de zwakste, nauwelijks zichtbare van de 6de grootte. Met verrekijkers ziet men nog veel zwakkere sterren, die op dezelfde wijze als sterren van de 7de, 8ste, 9de grootte enz. aangeduid worden. Met de grootste verrekijkers ziet men nog sterren van de 15de of 16de grootte; nog kleinere kan men fotografeeren.



1



2



3

1. NEVELVLEK VAN ORION (Bond). 2. SPIRAALNEVEL IN DE JACHTHONDEN (fot. Yerkes sterrewacht).  
3. MELKWEG IN DEN ZWAAN (fot. Max Wolf).

Door de lichtsterkte van de sterren te meten, vindt men, dat de sterren van een bepaalde grootte gemiddeld 2,5 maal helderder zijn, dan die van de volgende grootte. De lichtsterkten vormen dus een meetkundige reeks, als de grootten een rekenkundige reeks vormen. Dus  $L_2 : L_3 =$

$$L_3 : L_4 = L_4 : L_5 = 2,5 \text{ of } \log \frac{L_2}{L_3} = \log 2,5 = 0,4.$$

Noemt men de grootte  $m$  en  $m^1$ , dan is  $\log \frac{L^1}{L} = (m - m^1) \times 0,4$ .

Is  $m - m^1 = 5$ , dan is  $\log \frac{L^1}{L} = 2$ , dus van twee sterren, die 5 in grootte verschillen, is de een honderd maal zoo lichtsterk als de ander. Nu zijn de zes grootteklassen der zichtbare sterren geen scherp gescheiden groepen, maar ze vloeien in elkaar over. Men neemt daarom ook voor  $m$  niet enkel geheele ranggetallen, maar in elkaar overgaande breuken. Men spreekt dus van sterren van de grootte 2,2, 3,50, 3,62 enz. Dit beteekent dan :

$$\log \frac{L(3,62)}{L(3,)} = -0,62 \times 0,4 = -0,248.$$

Voor de zeer heldere sterren is  $m$  dan negatief. Zoo is Regulus 1,5, Aldebaran 1,0, Wega 0,2, Sirius -1,4, Jupiter omstreeks -2,5, Venus -5.

Hoeveel keer moet een ster verderaf staan om één grootte zwakker te lijken? De lichtsterkte is omgekeerd evenredig met het kwadraat van den afstand. Moet  $\log L$  dus 0,4 kleiner worden, dan moet  $\log r$  0,2 grooter worden, dus de afstand 1,58 maal grooter worden.

Hoever zou de zon van ons af moeten staan, om als een ster van de eerste grootte te verschijnen? Uit metingen van de lichtsterkte der zon in verhouding tot die van een vaste ster van de grootte 1,0 is gevonden, dat de logarithme van die verhouding 10,82 is; dus op een afstand  $r$ , waarbij  $\log r = 5,41$  is, zou onze zon zich als een ster van de grootte 1,0 vertoonen. Haar parallaxe zou dan gegeven worden door  $\log p = \log 206265 - 5,41 = 5,31 - 5,41 = -0,10$  dus  $p = 0'',80$ .

Met behulp van deze gegevens kan men vinden, hoe de lichtsterkte van een ster, waarvan parallaxe en grootte bekend zijn, zich tot die van de zon verhoudt. Men vergelijkt  $p$  en  $m$  met  $p_0 = 0'',80$  en  $m_0 = 1,0$  van de denkbeeldige zon, die geheel aan de onze gelijk is. [Brenkt men deze op den afstand, waar de parallaxe  $p$  is, dan wordt de lichtsterkte  $(p : p_0)^2$  maal grooter; de lichtsterkte van de ster is  $2,5^{m_0 - m}$  maal grooter;

dus  $L$  (ster) :  $L$  (zon) =  $2.5^{m_0 - m} : (p : p_0)^2$ . Nemen wij als [voorbeeld eerst Sirius :  $p = 0''.38$ ,  $m = -1.4$ ;  $2.5^{m_0 - m} = 2.5^{2.4} = 10^{0.96} = 9.1$ ;  $(p : p_0)^2 = (0.38 : 0.80)^2 = 0.23$ ; dus Sirius heeft omstreeks 40 maal groter lichtsterkte dan de zon.

Als tweede voorbeeld nemen wij een klein sterretje van de grootte 8,5, dat een parallaxe van  $0''.32$  heeft. Hier is  $2.5^{m_0 - m} = 2.5^{-7.5} = 10^{-3} = 1/1000$ ;  $(p : p_0)^2 = 0.16$ ; dus de lichtsterkte  $1/160$  van die der zon. Als derde voorbeeld nemen wij Betelgeuze, waarvan de parallaxe zeker kleiner dan  $0''.05$  is. Hier is  $m = 0.3$ , dus  $2.5^{m_0 - m} = 2.5^{0.7} = 10^{0.28} = 1.9$  en  $(p : p_0)^2$  zeker kleiner dan  $1/256$ , dus de lichtsterkte zeker meer dan 500 keer die van de zon.

Kon men onze zon op even grooten afstand beschouwen als de naaste vaste sterren van ons afstaan, dan zou zij zich even helder als een gewone, voor het bloote oog zichtbare ster, vertoonen. Dus zijn de sterren gelijksoortig met de zon. Zij verschillen onderling echter nog zeer veel; er zijn er, honderden malen lichtzwakker dan de zon, die wij alleen kunnen zien, omdat zij dicht bij ons zijn, terwijl daarnaast reuzenzonnen bestaan, die, hoewel zij onmeetbaar ver weg zijn, toch als sterren van de eerste grootte aan den hemel schitteren (Rigel, Betelgeuze, Canopus aan den Z.hemel).

§ 65. De vaste sterren verschillen onderling en met de zon in kwaliteit van het uitgestraalde licht. Dit verschil zien wij met het oog reeds als verschil in kleur van licht. Wij onderscheiden blauwachtig-witte (b.v. Sirius, Wega, Rigel), gele of geelwitte (Capella) en roodachtig gele sterren (Aldebaran, Betelgeuze, Arkturus, Antares). Spektroskopisch onderzocht vertoonen de sterren verschillende typen van spektrum, waarvan de voornaamste zijn :

het type der heliumsterren (blauwachtig wit) : alleen de lijnen van helium en waterstof zijn duidelijk (Rigel, Spica) ;

het eerste type of de waterstofsterren (blauwachtig wit) : vertoonen zich de lijnen van waterstof als breede banden (Sirius, Wega) ;

het tweede type of de zonnesterren (geel of roodachtig geel) : een onnoemelijk aantal lijnen van verschillende metalen zijn aanwezig ; de sterkste zijn van ijzer, calcium, waterstof, natrium, magnesium (Capella, Arkturus) ;

het derde type of de roode sterren : behalve het groot aantal metaallijnen komen donkere banden voor, die aan de eene zijde scherp begrensd zijn, aan de andere zijde vloeiend uitloopen ; de opvallendste ontstaan door titanium- of door koolstofverbindingen (Betelgeuze, Antares).

Deze typen gaan door allerlei tusschenvormen geleidelijk in elkaar over. Men beschouwt ze als opeenvolgende ontwikkelings-trappen, zoo, dat door uitstraling en daling van de temperatuur uit een heliumster mettertijd een waterstofster, dan een zonnester en dan een roode ster van het derde type kan ontstaan. Deze laatste zijn zoo ver afgekoeld, dat in hun dampkring chemische verbindingen kunnen voorkomen. Koelt een ster nog verder af, dan wordt zij donker en onzichtbaar.

Een aantal onder deze roode sterren zijn veranderlijk in helderheid.

De eerst ontdekte en bekendste onder deze veranderlijke sterren is die, welke als 4de, van het O. af, in den Walvisch staat, en Mira, d.i. de wonderlijke, genoemd werd. Meestal is zij voor het bloote oog onzichtbaar ; maar om de 11 maanden komt zij eenigen tijd te voorschijn, eerst toenemend tot zij de 4de of 3de grootte bereikt en daarna weer afnemend en verdwijnend. Op dezelfde wijze zijn er nog een groot aantal kleinere sterren, die in bepaalde perioden in helderheid op en neer schommelen. Onder de heldere roode sterren zijn er eenige, waarbij op onregelmatige wijze de helderheid een weinig op en neer schommelt (bv. Betelgeuze).

§ 66. De sterren zijn niet absoluut vast van plaats ; zij bewe-



gen zich langzaam langs den hemel. Deze eigen beweging is zoo langzaam, dat zij slechts bij weinige sterren eenige sekonden per jaar bedraagt (Arkturus 2",28, Sirius 1",31; een paar kleine sterretjes zijn er, die ruim 8" per jaar bewegen). De sterren bewegen zich dus door de wereldruimte.

Kent men de beweging in boogmaat langs den hemelbol, en den afstand van een ster, dan kan men haar werkelijke snelheid vinden. Sirius heeft een parallaxe van 0",38; legt Sirius een weg af, gelijk aan den afstand aarde—zon (150 miljoen K.M.), dan zien wij dien als een boogje van 0",38. Sirius verplaatst zich 1",31 per jaar, dus  $\frac{1,31}{0,38} \times 150,10^6$  K.M. =  $517,10^6$  K.M.; dus, daar een jaar 32 miljoen sekonden heeft, is deze snelheid 16 K.M. per sekonde. Op dezelfde wijze is voor andere sterren de snelheid te berekenen. Dit is natuurlijk niet de werkelijke snelheid; als de ster schuin van ons af gaat of naar ons toe komt, zien wij alleen de komponente loodrecht op de gezichtslijn; de totale snelheid is grooter dan deze. Voor Arkturus met haar kleine parallaxe vindt men een snelheid van vele honderden K.M. per sekonde.

Ook met den spektroskoop is de beweging der sterren te bemerken. Wanneer een ster zich naar ons toe beweegt, wordt de golflengte van elke bijzondere straling, die zij uitzendt (b.v. van de waterstoflijnen) verkleind; verwijderd de ster zich van ons, dan wordt de golflengte grooter. Door vergelijking met dezelfde lijnen, uitgestraald door een rustende aardsche lichtbron, kan men zoo de snelheid in de gezichtslijn bepalen.

De sterren bewegen zich door elkaar naar alle richtingen. Toch is er een zekere regelmaat in, alsof zij alle een gemeenschappelijke beweging in één bepaalde richting hebben. Dit komt doordat ons zonnestelsel een beweging door de wereldruimte heeft in tegengestelde

richting; deze beweging is naar een punt gericht op de grens van de sterrebeelden Lier en Hercules.

§ 67. Met een kijker ziet men, dat vele sterren dubbelsterren zijn, d.w.z. in werkelijkheid uit twee sterren bestaan, die in de ruimte zeer dicht bij elkaar staan. Zulke sterren trekken elkaar aan en bewegen zich om elkaar heen in ellipsen, evenals de planeten om de zon bewegen. Zulk een ellips staat in het algemeen schuin op de gezichtslijn, dus wij zien haar scheef en verkort. Een ellips, die scheef en verkort gezien wordt, vertoont zich nog altijd als een ellips, maar van een anderen vorm; en de ster in het brandpunt staat niet in het brandpunt van de schijnbare ellips, maar ergens anders. In Fig. 94 is de baan geteekend, die de begeleider van Sirius om deze ster beschrijft; de stippellijn geeft de werkelijke gedaante van deze baan aan. Door deze om de lijn A B een hoek van  $46^\circ$  te wendelen, vertoont zij zich als de ellips, die wij zien. De ellipsen der dubbelsterren zijn niet rondachtig als bij de planeten, maar meestal zeer langwerpig.

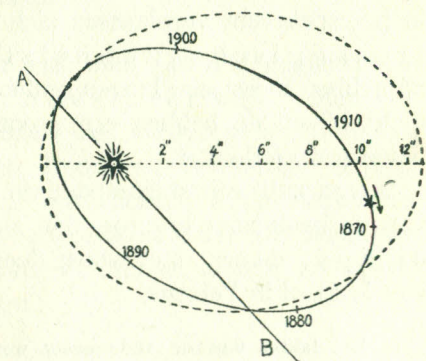


Fig. 94.

Kent men van een dubbelster de baan (omloopstijd en halve groote as der ellips in sekonden), en kent men ook de parallaxe, dan is de halve groote as van de baan in zonsafstanden uit te rekenen; dan kan men de massa van de dubbelster, op dezelfde wijze als in § 50, met de massa van de zon vergelijken. Zoo heeft men gevonden bij Sirius: halve groote as =  $7",6 = 20 \times$  parallaxe, dus 20 zonsafstanden; omloopstijd 51 jaren.

dus massa =  $3 \times$  de zonsmassa. Evenzoo bij de heldere ster van Centaurus, onzen naasten buur in het heelal: halve grootte  $as = 17''{,}7 = 24 \times$  parallaxe, dus 24 zonsafstanden; omloopstijd 81 jaren, dus massa ruim 2 maal de zonsmassa.

Bij een groot aantal dubbelsterren zien wij door kijkers niets van de dubbelheid, omdat de beide sterren te dicht bij elkaar staan. Dat zij uit twee sterren bestaan, blijkt in den spektroskop: doordat de sterren snel om elkaar heen loopen, bewegen zij zich beurtelings van ons af en naar ons toe; dus de lijnen in het spektrum verplaatsen zich heen en weer. Zulke spektroskopische dubbelsterren zijn zeer talrijk; zij hebben meest een korten omloopstijd; de twee sterren staan dicht bijeen en hebben een groote snelheid. Soms is een der beide sterren donker.

Is van zulk een sterrenpaar de een donker, en ligt het vlak van de baan naar ons toe, dan zien wij nu en dan een sterreklips; de eene ster wordt door de andere bedekt. Zulk een ster is Algol in Perseus.

In het laatst van de 18de eeuw werd ontdekt, dat Algol om de 69 uren een vermindering van licht ondergaat; gedurende 5 uren wordt het licht steeds zwakker, tot er slechts 0,4 van over is en Algol op een ster tusschen de 3de en 4de grootte lijkt; daarna neemt het licht weer 5 uren lang toe, en gedurende de overige 59 uren blijft de ster steeds van de 2de grootte. Op winteravonden kan men deze veranderingen, wanneer men op het goede oogenblik kijkt, met het bloote oog waarnemen. Is de donkere ster in A, dan begint de verduistering: in B eindigt zij, dus boog AB is het  $\frac{10}{69}$ ste deel van de geheele baan. Zijn  $r$  en  $R$  de stralen der beide sterren en is  $a$  de afstand der middelpunten,

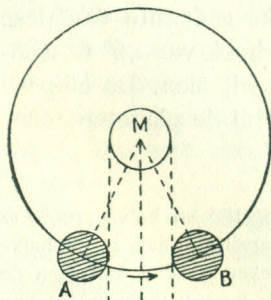


Fig. 95.

dan is  $\frac{r+R}{a} = \sin \frac{1}{2} \times \frac{10}{69} \cdot 360^\circ = \sin 26^\circ =$

$0,44$ , d.w.z. de afstand der middelpunten is 2,3 keer de som der stralen; de oppervlakken der beide sterren zijn niet verder dan 1,3 keer de som der stralen van elkaar verwijderd. Er zijn onder de kleinere sterren nog een aantal bekend, die op dergelijke wijze telkens na eenzelfde periode verduisterd worden.

Algol en Mira zijn twee verschillende soorten van veranderlijke sterren, d.w.z. sterren, waarvan de helderheid verandert. Er zijn nog andere veranderlijke sterren, bij welke de helderheid in een periode van eenige dagen vrij regelmatig ongeveer een grootteklasse wisselt.

§ 68. Behalve vaste sterren ziet men aan den hemel kleine flauwe wolkachtige vlekjes: nevelvlekken. Met het bloote oog is een enkele zichtbaar, met verrekijkers zijn er een steeds grooter aantal ontdekt. Door een verrekijker blijken sommige van deze vlekjes uit een dichten hoop sterren te bestaan; men noemt ze dan sterrehoopen. De Zevenster is ook zulk een sterrehoop, waar de sterren grooter en wijder uiteen staan, dan in de andere.

Met het bloote oog ziet men in Andromeda, rechts boven het 2de sterretje van de 4de grootte, dat boven de middelste van de 3 sterren van de 2de grootte staat, een langwerpige vlekje. Een ander ziet men halfweg tusschen Perseus en Cassiopeia; nog gemakkelijker is het kleine wolkje te zien, dat in de Kreeft, vlak bij de ekliptika, staat, en de Kribbe genoemd wordt. Deze beide worden door kleine kijkers al in sterren opgelost. Om het middelste van de drie sterretjes, die beneden den gordel van Orion staan, bevindt zich ook een mooie nevelvlek, die met een klein tooneelkijktje reeds duidelijk te zien is.

Met sterke kijkers ziet men bij een aantal van deze nevelvlekken en sterrehoopen vele details, lichtvlekken van allerlei vorm, stroomen, holten en flauwe uitloopers. De nevelvlek van Orion is een der merkwaardigste rijkste vormen; de flauwste uitloopers blijken zich op fotografieën nog veel verder uit te

strekken dan in de afbeelding op Plaat V. Zeer algemeen onder de nevelvlekken is de spiraalvorm, waarvan de 2de figuur op Plaat V een voorbeeld toont.

De spektroskoop heeft aangetoond, dat het overgrootste deel der nevelvlekken een doorlopend spektrum vertoont, evenals de sterren, dus in werkelijkheid sterrehoopen zijn. De eigenlijke nevelvlekken vertoonen daarentegen een spektrum van enkele lichtende lijnen: een bewijs, dat zij uit zeer ijel gas bestaan (b.v. de nevelvlek van Orion). Behalve van waterstof en helium zijn dit stralingen van zuurstof en stikstof van een soort, die op aarde niet voorkomt.

§ 69. In de zomer-, herfst- en winternachten ziet men, wanneer het geheel donker is, dat een flauwe nevelband zich over den geheelen hemel uitstrekt: de melkweg.

In de zomernachten ziet men hem uit de lage zuidelijke sterrebeelden, Schorpioen en Schutter, oprijzen, als een verzameling heldere, grillig gevormde wolken, en dan als een onregelmatige dubbele stroom door den Arend en Ophiuchus naar den Zwaan loopen. Vandaar gaat hij, langzamerhand zwakker wordend, tusschen Cepheus en de Hagedis over Cassiopeia naar Perseus; als een vrij zwakke gelijkmatige band loopt hij aan den winterhemel van den Voerman langs den Stier, de Tweelingen en Orion, midden tusschen Sirius en Procyon door, naar het Zuiden. Aan den Zuidelijken hemel zet hij zich voort door het Schip, het Zuiderkruis en Centaurus naar den Schutter. Hij strekt zich dus als een groote cirkel om den hemelbol uit, die den aequator op  $290^\circ$  en  $110^\circ$  R.Kl. snijdt en in Cassiopeia en het Zuiderkruis een deklinatie van  $60^\circ$  heeft. De melkweg ligt dus in een vlak, dat den aequator onder een hoek van  $60^\circ$  snijdt. De plaatsen van den hemel, die  $90^\circ$  van den melkweg af liggen, noemt men de polen van den melkweg.

Door een verrekijker blijkt het flauwe schemerlicht van den melkweg te ontstaan, doordat kleine sterretjes hier veel dichter gezaaid zijn dan in andere deelen van den hemel. In de rich-

ting van het vlak van den melkweg strekken zich de sterren in de ruimte veel verder uit, dan in een richting loodrecht daarop. Het zichtbare heelal, onze sterrenwereld, heeft dus de gedaante van een platte laag; de sterren zijn daarin van binnen naar buiten steeds dunner gezaaid. De buitenste deelen van die laag, die dus vele duizenden malen verder verwijderd zijn dan de naaste vaste sterren, worden gevormd door reusachtige wolken en stroomen van kleine, dicht opeengehoopte sterren, met uitgestrekte nevelmassa's vermengd, die wij als lichtende melkwegvlekken zien. In de 3de figuur van Plaat V is de fotografie van een deel van den melkweg in den Zwaan weergegeven.

## AANHANGSEL.

### I. Zonnewijzers.

De plaatsen, waar de schaduw van den top van een gnomon op hetzelfde uur van verschillende dagen van het jaar ligt, vormen te zamen een lijn. Wat voor lijn?

De zon heeft op al die tijdstippen denzelfden uurhoek, b.v.  $30^\circ$ , maar verschillende deklinatie. De plaatsen van de zon op die tijdstippen liggen op een deklinatiecirkel, dus in een plat vlak, dat door de polen en de hemelas gaat. In dit vlak liggen de verbindingslijnen van de zon en den top van den gnomon.

De plaatsen van de schaduw liggen ook in dit vlak; zij liggen dus op de snijlijn van dit vlak met het horizontale vlak; dus op een rechte lijn.

Elke uurhoek heeft een ander vlak en een andere schaduwlijn; maar al deze vlakken hebben de hemelas gemeen, dus al deze schaduwlijnen hebben het punt gemeen, waar de hemelas, door den top van den gnomon gebracht, het horizontale vlak snijdt. Van dit punt stralen dus alle schaduwlijnen uit.

Bij een zonnewijzer wordt niet de schaduw van een punt, maar van een stang gebruikt. Hij moet dan aan den eisch voldoen, dat de schaduw van de stang op hetzelfde uur (voor denzelfden uurhoek) steeds op dezelfde plaats valt, wat ook de dag van het jaar is. Dit is alleen mogelijk, als de stang in alle uurvlakken ligt, dus evenwijdig aan de hemelas is. Daarom moet bij een zonnewijzer de stang in de richting van de hemelas staan.

Hoe konstrueeren wij voor zulk een zonnewijzer de schaduwlijnen voor 1 u., 2 u., 3 u. enz. op een horizontaal of vertikaal vlak? Daar alle schaduwlijnen door het punt B (of A) gaan, moeten wij van elk nog een punt vinden. Daartoe brengen wij een vlak door het punt C loodrecht op de stang, dus volgens den aequator. Staat de zon in den aequator, dan vallen de stralen telkens na een uur volgens lijnen in dit vlak, die hoeken van  $15^\circ$  met elkaar maken; de middelste is lijn CD, de zonnestraal om 12 u. 's middags. Op de lijn EDF kunnen wij de punten vinden, waar telkens na een uur de zonnestraal uit C, dus de schaduw van de stang komt, door in C lijnen in vlak CDEF te trekken, die hoeken van  $15^\circ$ ,

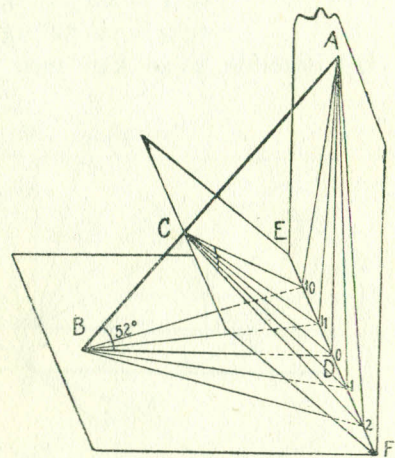


Fig. 96.

$30^\circ$ ,  $45^\circ$  enz. met CD maken. Deze punten verbinden wij dan in vlak EFB met B (of in vlak AEF met A).

Voor de uitvoering der konstruktie wordt het vlak CEF in het horizontale (of vertikale vlak) neergeslagen. Met straal CD beschrijven wij een cirkel, trekken uit C lijnen onder hoeken van  $15^\circ$  met elkaar, die het horizontale vlak in DEFGH enz. snijden. Op  $C'D = CD$  konstrueeren we een rechthoekigen standdriehoek BDC, waarin  $\angle DBC = 52^\circ$ ; zoo is B gevonden.

De verbindingslijnen van B met DEFGH enz. zijn de schaduwlijnen.

Naar aanleiding van deze konstruktie kunnen wij de hoeken in B ook berekenen. De afstand  $DF = CD \operatorname{tg} u$ ; Nu is:

$$CD = BD \sin 52^\circ, \text{ dus } \frac{DF}{DB} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{DC}{DB} \operatorname{tg} u = \sin 52^\circ \operatorname{tg} u,$$

dus de hoeken in B zijn :

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \sin 52^\circ \operatorname{tg} 15^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \sin 52^\circ \operatorname{tg} 30^\circ$$

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \sin 52^\circ \operatorname{tg} 45^\circ$$

Op dezelfde wijze kan men voor een zonnewijzer op een

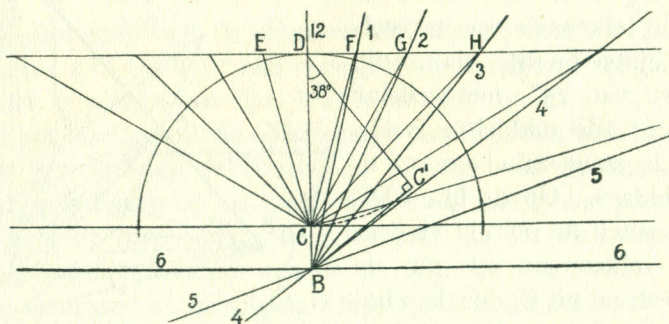


Fig. 97.

vertikaal, naar het Zuiden gekeerd vlak de schaduwlijnen konstrueeren en berekenen.

## II. Konstruktie en berekening van opkomst en ondergang.

Wij projekteeren de cirkels van den hemelbol op het vlak van den meridiaan. De projectie van den aequator en van elken dagcirkel van een ster is dan een rechte lijn loodrecht op de hemelas MP; ook de horizon is een rechte lijn HR. Kent men de deklinatie  $d$ , dan zet men bogen QC en AD =  $d$  af; CD is dan de projectie van den dagcirkel der ster op den meridiaan. Het snijpunt van de aequatorlijn AQ met HR is de projectie van O en W punt; het snijpunt O van den dagcirkel CD met

HR is de projectie van het punt van opkomst en het punt van ondergang van de ster. Om azimuth en uurhoek van op- en ondergang te vinden, beschouwen we de cirkels CD en HR. Het vlak van den horizon, dat loodrecht op het papier staat,

klappen wij  $90^\circ$  om, tot het in het vlak van teekening ligt, en verschuiven het naar beneden; M komt in  $M_1$ , H en R in  $H_1$  en  $R_1$ . De punten  $O_1$  en  $O_2$ , waar de ster opkomt en ondergaat, vindt men door een projekteerende lijn uit het snijpunt O; dan is  $\angle R_1 M_1 O_1 = \angle R_1 M_1 O_2 =$  het azimuth van het punt van opkomst en ondergang. Evenzoo wentelt men den dagcirkel van de ster CD  $90^\circ$  om, en verschuift hem zóó, dat het middelpunt N in  $N_1$  komt. De punten  $O_1$  en  $O_2$  van opkomst en ondergang, waarvan O de projectie is, vindt men weer door uit O een lijn evenwijdig aan  $NN_1$  te trekken. Dan is  $\angle C_1 N_1 O_1$  de uurhoek  $u$  van de ster bij opkomst en ondergang; en  $2u$  is de tijd, dat de ster boven den horizon blijft.

Zoo kan men door konstruktie vinden, wat de lengte van dag en nacht is, b.v. als de deklinatie van de zon + of  $-23\frac{1}{2}^\circ$

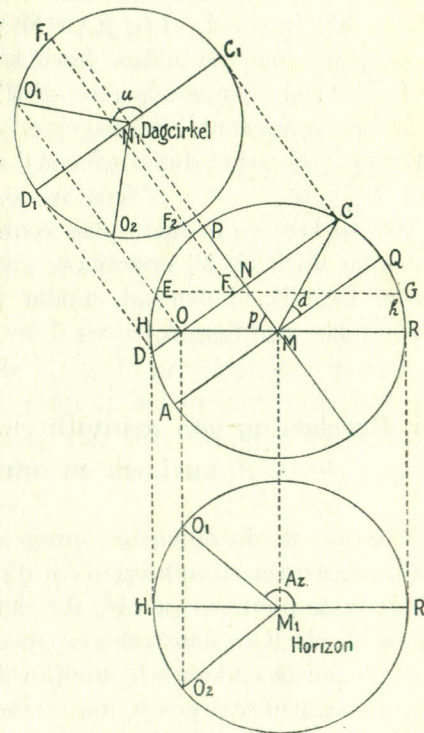


Fig. 98.

is, en eveneens in welk azimuth de zon dan opkomt en ondergaat.

Dezelfde figuur kan ons dienen om goniometrische formules ter berekening van deze grootheden op te stellen. In de middel-figuur is :

$$NM = \sin d. \quad NC = \cos d.$$

$$ON = MN \operatorname{tg} p = \sin d \operatorname{tg} p. \quad MO = MN \operatorname{sec} p = \sin d \operatorname{sec} p.$$

In den omgewentelden horizon ziet men, dat :

$$MO = -\cos A, \text{ dus } \cos A = -\sin d \operatorname{sec} p.$$

In den omgewentelden dagcirkel ziet men, dat :

$$NO = -CN \cos u, \text{ dus } \cos u \cos d = -\sin d \operatorname{tg} p.$$

$$\text{of } \cos u = -\operatorname{tg} d \operatorname{tg} p.$$

Het teeken — beduidt, dat voor Noordelijke deklinatie azimuth en uurhoek bij ondergang grooter dan  $90^\circ$  zijn, wat ook moet. Tegelijk vinden wij, omdat  $O_1O_2$  in beide figuren even groot moet zijn :  $\sin A = \cos d \sin u$ .

### III. Berekening van azimuth en hoogte uit deklinatie en uurhoek en omgekeerd.

Wanneer wij in de vorige figuur een horizontalen cirkel EFG aanbrengen (dus  $h = \text{boog } RG$ ), die den dagcirkel van de ster snijdt in de punten  $F_1$  en  $F_2$ , dan kunnen wij, door deze punten  $F_1$  en  $F_2$  uit F te konstrueeren, in de bovenste figuur den uurhoek en in de onderste figuur (nu de omgewentelde cirkel EG, dus met een straal  $\cos h$ ) het azimuth vinden van de ster op het oogenblik, dat zij de hoogte  $h$  heeft. Berekent men dan in de middelfiguur den horizontalen en vertikalen afstand tusschen F en M, door de schuine stukken FN en MN met  $\cos p$  en  $\sin p$  te vermenigvuldigen, dan vindt men 2 formules, die azimuth en hoogte (uit de onderste figuur) en uurhoek en deklinatie (uit de bovenste figuur) in elkaar uitdrukken. Een derde formule

vindt men, door den afstand  $F_1F_2$  in beide cirkels aan elkaar gelijk te stellen.

Een andere manier om deze formules af te leiden bestaat hierin, dat men een ster (op den hemelbol met straal 1 gedacht) op drie onderling loodrechte vlakken projekteert. Als eerste vlak nemen wij den horizon (MAB), als tweede den meridiaan (MAC), als derde een vertikaalvlak O-W (MBC); A is het Zuidpunt, B het Westpunt, C het toppunt.

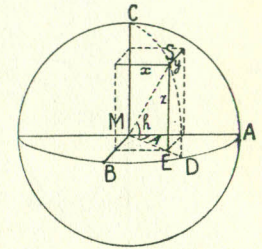


Fig. 99.

De afstanden van de ster tot die drie vlakken (de koördinaten) noemen wij  $z$ ,  $y$ ,  $x$ . Wij kunnen deze drie afstanden uit de hoogte en het azimuth berekenen; daartoe brengen wij door de ster een vertikaal vlak, dat een hoek A met den meridiaan maakt. Dan is  $z = \sin h$  en  $ME = \cos h$ , als E de projectie van de ster op het horizontale vlak is. Dit punt E ligt evenver van de beide andere vlakken als S zelf; wij zien dus, dat  $x = ME \cos A = \cos h \cos A$  en  $y = ME \sin A = \cos h \sin A$ .

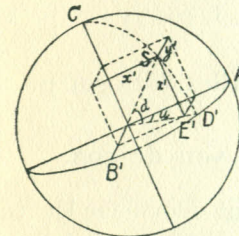


Fig. 100.

Op dezelfde wijze kunnen wij de ster ook projekteeren op het aequatorvlak en op twee vlakken loodrecht daarop, waarvan het eene de meridiaan is en het andere loodrecht daarop staat, dus door de pool en de lijn O-W gaat. In plaats van C komt dan de pool  $C^1$ ; in plaats van E komt  $E^1$ , de projectie van de ster op het aequatorvlak; in plaats van den vertikaalcirkel CSD komt de deklinatiecirkel  $C^1SD^1$ ; in plaats van  $h$ , de hoogte, komt  $d$ , de deklinatie; in plaats van A, het azimuth, komt  $u$ , de uurhoek. Wij vinden dus :

$$z' = \sin d \quad x' = \cos d \cos u \quad y' = \cos d \sin u.$$

Nu kunnen wij de  $x'y'z'$  uit de  $x y z$  berekenen en omgekeerd. Het stukje  $y$  is de afstand van de ster tot het meridiaanvlak, evenwijdig met MB, de lijn naar het W; het stukje  $y'$  is deze zelfde loodlijn, dus  $y = y'$  of  $\cos h \sin A = \cos d \sin u$ . Projekteren wij de ster op het meridiaanvlak, dan liggen de andere

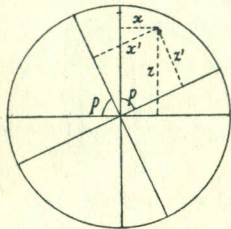


Fig. 101.

koördinaten alle in dit vlak, zooals in de figuur hiernaast is geteekend. Wij zien hier, als  $p$  de poolhoogte voorstelt, dat

$$Z = z' \sin p + x' \cos p$$

$$x = x' \sin p - z' \cos p$$

of ook omgekeerd

$$z' = z \sin p - x \cos p$$

$$x' = z \cos p + x \sin p$$

Wij vinden dus als formules:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin h = \sin d \sin p + \cos d \cos u \cos p \\ \cos h \sin A = \cos d \sin u \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos h \cos A = -\sin d \cos p + \cos d \cos u \sin p \end{array} \right.$$

en omgekeerd, om  $d$  en  $u$  uit  $h$  en  $A$  te berekenen,

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin d = \sin h \sin p - \cos h \cos A \cos p \\ \cos d \sin u = \cos h \sin A \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos d \cos u = \sin h \cos p + \cos h \cos A \sin p \end{array} \right.$$

#### IV. Rechte klimming en deklinatie van de zon.

De plaats van de zon in de ekliptika wordt door haar lengte gegeven. Hoe vindt men daaruit haar R.Kl. en deklinatie? Den hoek tusschen aequator en ekliptika ( $23\frac{1}{2}^\circ$ ) noemen wij  $\varphi$ .

Punt P in de ekliptika heeft een lengte  $l$ . Laat een loodlijn neer op het vlak van den aequator (voetpunt V) en op de snijlijn van beide vlakken (voetpunt Q): dan is QVP een rechtehoekige driehoek, die loodrecht op het aequatorvlak staat, en loodrecht op de snijlijn der vlakken. Dus  $\angle PQV = \varphi$ .

Wij berekenen nu PV en VQ eerst uit de koördinaten t.o.v. de ekliptika, dan uit die t.o.v. den aequator.

$$PQ = r \sin l \quad MQ = r \cos l$$

$$\text{Dus } PV = PQ \sin \varphi = r \sin l \sin \varphi.$$

$$VQ = PQ \cos \varphi = r \sin l \cos \varphi.$$

Anderzijds is:

$$PV = r \sin d;$$

$$VQ = QM \operatorname{tg} a = r \cos l \operatorname{tg} a. \text{ Dus:}$$

$$r \sin d = r \sin l \sin \varphi \quad \text{en}$$

$$r \cos l \operatorname{tg} a = r \sin l \cos \varphi,$$

$$\text{of } \sin d = \sin l \sin \varphi \quad \operatorname{tg} a = \operatorname{tg} l \cos \varphi.$$

Hieruit volgt voor  $l = 90^\circ$   $d = \varphi$  en  $a = 90^\circ$ , en voor  $l = 270^\circ$   $d = -\varphi$  en  $a = 270^\circ$ .

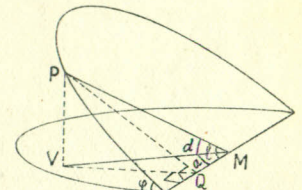
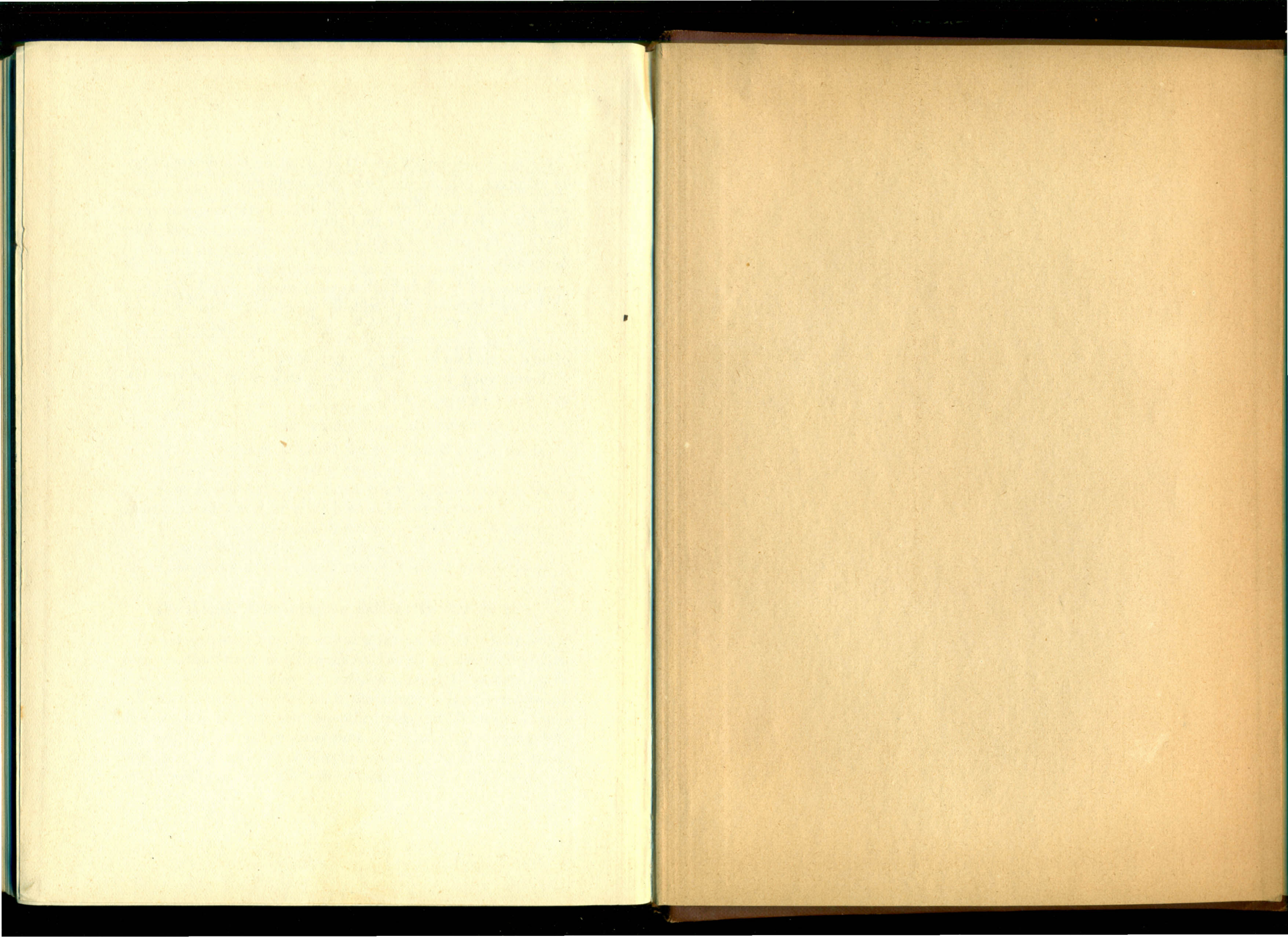


Fig. 102.





0306